Информация и алгоритмы

1. За какое минимальное число взвешиваний на чашечных весах можно упорядочить пять гирь с попарно различными массами по возрастанию масс? За одно взвешивание можно сравнивать только две гири.

2. По кругу лежат 20 монет, из которых ровно три — фальшивые, которые лежат рядом и весят одинаково, причем тяжелее, чем настоящие. За какое наименьшее количество взвешиваний можно найти все три фальшивые монеты?

3. Даны 2^n монет, среди которых две фальшивых, которые весят 9 г и 12 г, а остальные настоящие, которые весят по 10 г. Найдите наименьшее количество взвешиваний, которые нужно сделать на одночашечных весах со стрелкой, чтобы определить все фальшивые монеты. (Одночашечные весы со стрелкой показывает суммарный вес всех монет на чаше весов.)

4. Даны две тройки монет, причём в каждой тройке ровно одна монета фальшивая. Настоящая монета весит 10 г, а фальшивая — 9 г. Найдите наименьшее количество взвешиваний, которые нужно сделать на одночашечных весах со стрелкой, чтобы определить все фальшивые монеты. (Одночашечные весы со стрелкой показывает суммарный вес всех монет на чаше весов.)

5. В ряд лежат 8 монет, при этом из левых четырёх одна фальшивая и из правых четырёх тоже одна (обе фальшивые легче настоящих и равны по весу друг другу). За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно найти, сколько настоящих монет лежит между парой фальшивых (сами фальшивые монеты определять не обязательно)?

6. Среди 25 монет, возможно, есть одна лёгкая фальшивая монета. За какое минимальное количество взвешиваний на двучашечных весах без гирь можно найти фальшивую монету, или доказать что её нет?

7. **(а)** Есть 60 болельщиков. Некоторые болеют за «Спартак», остальные — за «Динамо». Можно задавать любым двум болельщикам вопрос: «Вы болеете за разные команды?» Они отвечают честно. Нужно посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом автобусе находились болельщики только одной команды. Какое минимальное количество вопросов нужно задать, чтобы гарантированно выполнить задачу?
(б) Решите задачу в предположении, что среди 60 болельщиков 30 болеют за «Спартак».

8. В Средиземье 1000 графств, в одном из которых находится волшебное Кольцо. Раз в день Маг может выбрать любое подмножество графств, и получить от волшебного Камня ответ, есть ли Кольцо в одном из этих графств. Камень может ошибиться, но никогда не ошибается два дня подряд. Маг может совершать данное действие некоторое количество дней, после чего он должен отправить гонцов в некоторые k графств, в одном из которых наверняка находится Кольцо. При каком наименьшем k Маг может это сделать?