

Усложнить — просто, упростить — сложно

Узнали?

Две следующие игры — это переформулировки классической игры и игры, которая встречалась вам недавно. В качестве решения необходимо указать исходную формулировку.

1. Петя и Вася играют в игру на полоске 1×2026 . Изначально в каждой клетке стоит по фишке. Ребята ходят по очереди, начинает Петя. Каждый из мальчиков своим ходом может передвинуть самую правую фишку (если таких несколько, то одну из них) на любое количество клеток влево. Выигрывает тот, кто последним ходом соберёт все фишки в самой левой клетке. Кто из мальчиков может играть так, чтобы гарантированно выиграть?
- 2.* На столе лежат 9 карточек с номерами от 1 до 9, каждый номер встречается по разу. Двое по очереди забирают себе по карточке со стола. Если в какой-то момент один из игроков собрал 3 карточки с суммой 15, то он победил. Иначе объявляется ничья. Есть ли у какого-нибудь из игроков выигрышная стратегия?

Задачи

3. На клетках $c3$ и $h7$ стоят белая и черная ладьи. Двое по очереди, начиная с белых, двигают ладью своего цвета на любое число клеток по горизонтали или вертикали. Запрещается ходить ладьей под бой другой ладьи и останавливаться на клетке, на которой эта ладья уже была ранее. Тот, кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Двое игроков по очереди выставляют на доску
(а) 999×9999 (б) 999×999
по одной шашке. При этом ни в одной линии (горизонтали или вертикали) не должно быть больше двух шашек. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выиграет при правильной игре?
5. На плоскости отмечены 6 точек, никакие 3 не лежат на одной прямой, все расстояния между ними различны. Докажите, что существует 2 треугольника, имеющие общую сторону, с вершинами в отмеченных точках такие, что в общей стороне длиннее двух других сторон первого треугольника и короче двух других сторон второго треугольника.
6. Петя и Вася играют на доске 100×100 . Изначально все клетки доски белые. Каждым своим ходом Петя красит в чёрный цвет одну или несколько белых клеток, стоящих подряд по диагонали. Каждым своим ходом Вася красит в чёрный цвет одну или несколько белых клеток, стоящих подряд по вертикали. Первый ход делает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
7. На игрушечной кольцевой автостраде в некоторых местах стоят машинки. В какой-

то момент времени они все начинают ехать с одинаковой скоростью, часть по часовой стрелке, часть против. Если две машинки оказываются в одной точке, то каждая из них резко разворачивается и начинает ехать с той же скоростью, но в противоположном направлении. Ни в какой момент времени не встречаются более двух машинок. Докажите, что через некоторое время каждая машинка окажется на том месте, откуда стартовала.

8. Даны 11 куч, по 10 камней в каждой куче. Петя и Вася по очереди делают ходы, начинает Петя. Петя в свой ход берет из какой-нибудь кучи 1, 2 или 3 камня. А Вася в свой ход берет по 1 камню из одной, двух или трех куч. Тот, кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
9. Клара выложила в ряд карточки с числами $1, 2, \dots, n$. Назовём пару карточек *инверсией*, если на левой из них написано большее число. Карл последовательно для $k = 1, 2, \dots, n$ выполняет одну и ту же операцию: он вынимает карточку с числом k ; пусть в этот момент слева от неё было s карточек. Затем Карл вставляет карточку обратно так, чтобы справа от неё оказалось ровно s карточек. Докажите, что после всех действий Карла число инверсий не изменится.