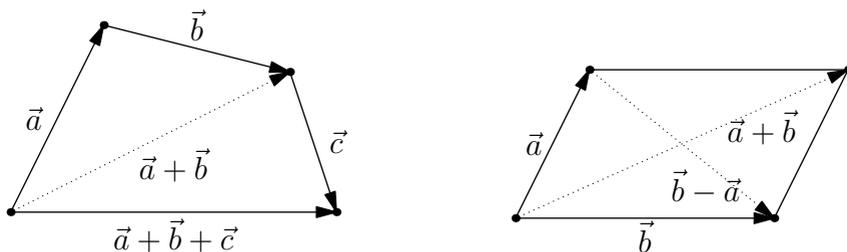


Векторы в геометрии

Наивное определение. *Вектор* — это отрезок, для которого указан порядок его концов.



Базовые картинки о сложении векторов

Полезная мысль. Векторы можно откладывать от разных точек, складывать, вычитать, умножать на вещественные числа, проецировать, поворачивать...

1. Дан пятиугольник $ABCDE$, в котором сторона BC параллельна стороне AE и $BC = AE/2$, сторона DE параллельна стороне AB и $DE = AB/2$. Докажите, что сторона CD параллельна диагонали BE и $CD = BE/2$.
2. Стороны треугольника T параллельны медианам треугольника T_1 . Докажите, что медианы треугольника T параллельны сторонам треугольника T_1 .
3. Точки B_1 и C_1 — точки касания вневписанных окружностей треугольника ABC со сторонами AC и AB соответственно. Докажите, что прямая, соединяющая середины отрезков BC и B_1C_1 , параллельна биссектрисе угла A треугольника.
4. Дана прямая и точка O вне этой прямой. На прямой отмечены точки A_1, A_2, \dots, A_{123} . Можно ли на отрезках $OA_1, OA_2, \dots, OA_{123}$ расставить стрелки так, чтобы сумма полученных векторов была равна $\vec{0}$?
5. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle B = \angle D$ и $AD = CD$. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон BC и AB в точках E и F соответственно. Докажите, что середины отрезков AC, BD, AE и CF лежат на одной окружности.
6. В четырёхугольнике $ABCD$ отмечены середины A', B', C' и D' сторон BC, CD, DA и AB соответственно. Известно, что $AA' = CC'$ и $BB' = DD'$. Верно ли, что $ABCD$ — параллелограмм?
7. Середины противоположных сторон шестиугольника соединены отрезками. Оказалось, что точки попарного пересечения этих отрезков образуют равносторонний треугольник. Докажите, что проведённые отрезки равны.
8. Все углы восьмиугольника равны, а длины сторон выражаются рациональными числами. Докажите, что восьмиугольник имеет центр симметрии.