

Разнобой

1. Точка M — середина стороны BC треугольника ABC . Окружность ω проходит через точку A , касается прямой BC в точке M и пересекает сторону AB в точке D , а сторону AC — в точке E . Пусть X и Y — середины отрезков BE и CD соответственно. Докажите, что описанная окружность треугольника MXY касается ω .
2. Высоты AD , BE и CF остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Точка K на прямой EF такова, что $KH \parallel BC$. Докажите, что точка, симметричная H относительно KD , лежит на описанной окружности треугольника ABC .
3. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке X . Точки M_1 и M_2 — точки пересечения медиан треугольников BXC и AXD , H_1 и H_2 — ортоцентры треугольников ABX и CDX . Докажите, что прямые M_1M_2 и H_1H_2 перпендикулярны.