

## Разнобой

1. Точка  $M$  — середина стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega$  проходит через точку  $A$ , касается прямой  $BC$  в точке  $M$  и пересекает сторону  $AB$  в точке  $D$ , а сторону  $AC$  — в точке  $E$ . Пусть  $X$  и  $Y$  — середины отрезков  $BE$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что описанная окружность треугольника  $MXY$  касается  $\omega$ .
2. Высоты  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точка  $K$  на прямой  $EF$  такова, что  $KH \parallel BC$ . Докажите, что точка, симметричная  $H$  относительно  $KD$ , лежит на описанной окружности треугольника  $ABC$ .
3. Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $X$ . Точки  $M_1$  и  $M_2$  — точки пересечения медиан треугольников  $BXC$  и  $AXD$ ,  $H_1$  и  $H_2$  — ортоцентры треугольников  $ABX$  и  $CDX$ . Докажите, что прямые  $M_1M_2$  и  $H_1H_2$  перпендикулярны.