

Разнойбой

1. Докажите, что для любого натурального $n > 2$ число $\left[(\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n+2})^3 \right] + 1$ делится на 8.
2. В треугольнике центр описанной окружности лежит на вписанной окружности. Докажите, что отношение наибольшей стороны треугольника к наименьшей меньше 2.
3. Саша и Серёжа написали на доске по положительному числу, меньшему 1. Каждую минуту каждый из мальчиков сравнивает свое число с $\frac{1}{2}$ и, если оно меньше $\frac{1}{2}$, прибавляет к нему $\frac{1}{2}$, а иначе — возводит его в квадрат. Докажите, что, если в начале числа мальчиков были различны, то будет момент, когда они сделают разные действия.