

Мини-разнобой

1. На «малых» дугах AC и AB окружности (ABC) выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel BC$. Точки R и S — основания перпендикуляров из P и Q на AC и AB соответственно. Докажите, что R и S равноудалены от середины отрезка PQ .
2. Пусть O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC . На стороне BC отметили точку D . Окружности, описанные около треугольников BOD и COD , повторно пересекают отрезки AB и AC в точках X и Y соответственно. Докажите, что из отрезков BX , XY и YC можно сложить треугольник.
3. Вневписанная окружность треугольника ABC ($AB < AC$) касается продолжений сторон AB , AC и стороны BC в точках D , E и F соответственно. Пусть J — центр этой окружности, а P — произвольная точка на стороне BC . Описанные окружности треугольников BDP и CEP пересекаются повторно в точке Q , R — основание перпендикуляра из A на FJ . Докажите, что точки P , Q и R лежат на одной прямой.