

Критерий центра описанной окружности.

Точка O — центр описанной окружности треугольника ABC , если выполняется одно из двух:

- O и C лежат в одной полуплоскости относительно AB ,
- $OA = OB$,
- $\angle AOB = 2\angle ACB$.

либо

- O и C лежат в разных полуплоскостях относительно AB ,
 - $OA = OB$,
 - $\angle AOB = 2(180^\circ - \angle ACB)$.
0. В треугольнике ABC угол $\angle C = 75^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. Внутри треугольника нашлась точка X такая, что BCX — равнобедренный прямоугольный с гипотенузой BC . Найдите угол XAC .
 1. Дан равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = AC$ и точка X , ему не принадлежащая, но лежащая внутри угла ABC . Найдите угол BAX , если $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle BXC = 40^\circ$, $\angle BXA = 10^\circ$.
 2. В треугольнике ABC $\angle C = 10^\circ$, $\angle B = 20^\circ$. В той полуплоскости от прямой BC , где не лежит точка A , отметили точку X так, что треугольник CBX — равносторонний. Найдите углы XAB и XAC .
 3. Вне квадрата $ABCD$ отметили точку X так, что $\angle BAX = 30^\circ$, $\angle BCX = 75^\circ$. Найдите $\angle CBX$.
 4. Внутри квадрата $ABCD$ отметили точку X так, что $\angle XAC = \angle XCD = 40^\circ$. Найдите угол ABX .
 5. Точки K, L внутри параллелограмма $ABCD$ таковы, что $AK = DL$ и сумма углов BAK, CDL в два раза больше суммы углов KBC, LCB . Найдите угол ABK , если угол $BAK = 40^\circ$.
 6. Точки H, O — ортоцентр и центр описанной окружности треугольника ABC . Докажите, что если $\angle C = 120^\circ$, то $MH = MO$, где M — середина дуги ACB .
 7. В треугольнике ABC $AB = AC$, $\angle BAC = 100^\circ$. Внутри треугольника ABC взята такая точка M , что $\angle MCB = 20^\circ$, $\angle MBC = 30^\circ$. Найдите $\angle BAM$.

8. Внутри равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K так, что $AB = BC = CK$ и $\angle CAK = 30^\circ$. Найдите угол AKB .