

Геометрия от обратного.

Пример №1. Внутри квадрата $ABCD$ дана точка O , причем $\angle OAB = \angle OBA = 15^\circ$. Докажите, что треугольник OCD – равносторонний.

Пример №2. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол при основании равен 80° . На стороне AC отмечена точка D такая, что $CD = AB$. Найдите угол ABD .

Пример №3. В четырехугольнике $ABCD$ сторона AB равна диагонали AC и перпендикулярна стороне AD , а диагональ AC перпендикулярна стороне CD . На стороне AD взята точка K такая, что $AC = AK$. Биссектриса угла ADC пересекает BK в точке M . Найдите угол ACM .

1. Точки M и N делят основание AC равнобедренного треугольника ABC с углом $B = 120^\circ$ на три равные части. Докажите, что треугольник MBN – равносторонний.
2. В треугольнике ABC угол C в два раза больше угла B , CD – биссектриса треугольника. Из середины M стороны BC опущен перпендикуляр MH на отрезок CD . На стороне AB нашлась такая точка K , что KMH – равносторонний треугольник. Докажите, что точки M , H и A лежат на одной прямой.
3. Дан равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC$, в котором $\angle A = 30^\circ$. На стороне AB выбрана точка P , а на стороне AC – точка Q так, что $PQ = BC$ и $\angle PQC = 45^\circ$. Докажите, что $CP = BC$.
4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена биссектриса AD . На основании AC отмечена такая точка E , что $AE = DC$. Биссектриса угла AED пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что $\angle AFE = \angle DFE$.
5. Внутри треугольника ABC взята такая точка D , что $\angle ABD = \angle CBD = 40^\circ$, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$. Найдите углы $\angle BAD$ и $\angle BCD$.
6. В треугольнике ABC угол A равен 45° , а чевианы BD и CF равны и перпендикулярны. Докажите, что $BC = BD$.
7. Углы треугольника ABC удовлетворяют условию $2\angle A + \angle B = \angle C$. Внутри этого треугольника на биссектрисе угла A выбрана точка K такая, что $BK = BC$. Докажите, что $\angle KBC = 2\angle KBA$.