

## Подсчеты в графах.

1. Комиссия собиралась 40 раз. Каждый раз на заседании было по 10 человек, причем никакие два члена комиссии не встречались на заседаниях более одного раза. Докажите, что в комиссии более 60 членов.
2. В классе учатся несколько человек. Могло ли оказаться так, что у каждого из них ровно 10 друзей, а у каждой пары человек ровно 4 общих друга?
3. В группе из 79 школьников у каждого не более 39 знакомых, причем у любого мальчика есть знакомая девочка, а у любой девочки — знакомый мальчик. Может ли оказаться, что все девочки из этой группы имеют в ней поровну знакомых мальчиков, а все мальчики поровну знакомых девочек?
4. В классе учится 10 учеников, каждый из которых записан на несколько кружков. Оказалось, что каждый из 46 кружков посещает ровно 5 учеников. Докажите, что найдется пара учеников, которые записаны хотя бы на 11 одинаковых кружков.
5. В шахматном турнире участвуют 11 человек. В настоящее время среди любых трех участников есть двое, не сыгравшие друг с другом. Докажите, что сыграно не более 30 партий.
6. В каждый из 11 школьных кружков записалось по 45 человек. Известно, что у любых двух кружков ровно 9 общих учеников. Докажите, что всего учеников хотя бы 165.
7. В кружке 42 человека, любые двое из которых имеют среди кружковцев не менее десяти общих друзей. Докажите, что найдутся двое, имеющие среди кружковцев не менее двенадцати общих друзей.
8. В классе 20 учеников. Каждый дружит не менее чем с 10 другими. Докажите, что в этом классе можно выбрать две тройки учеников так, чтобы любой ученик из одной тройки дружил с любым учеником из другой тройки.