

## Высоты треугольника.

0. Докажите, что высоты треугольника пересекаются в одной точке.
1. Докажите, что ортоцентр треугольника  $ABC$  равноудален от сторон ортоугольника.
2. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  наименьшая. На сторонах  $AB$  и  $CB$  отметили точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $KA = AC = CL$ . Отрезки  $AL$  и  $CK$  пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что  $MI \perp AC$ , где  $I$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ .
3. В квадрате  $ABCD$  точка  $K$  лежит на стороне  $AB$ , а точка  $L$  лежит на стороне  $BC$ , и верно что  $BK = CL$ . Пусть  $P$  точка пересечения прямых  $AL$  и  $CK$ . Докажите, что  $DP \perp KL$ .
4. В трапеции  $ABCD$  точка  $M$  — середина основания  $AD$ . Известно, что угол  $ABD = 90^\circ$  и  $BC = CD$ . На отрезке  $BD$  выбрали точку  $F$  такую, что угол  $BCF = 90^\circ$ . Докажите, что  $MF \perp CD$ .
5. Пусть  $AA_1, BB_1, CC_1$  высоты остроугольного треугольника  $ABC$ ,  $O$  — центр описанной окружности  $ABC$ . Через точки  $A_1, B_1, C_1$  проведены прямые параллельные  $OA, OB, OC$  соответственно. Докажите что эти прямые пересекаются в одной точке.
6. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $E$  так, что  $AE = DE$  и угол  $ABE = 90^\circ$ . Точка  $M$  — середина отрезка  $BC$ . Найдите угол  $DME$ .
7. В прямоугольнике  $ABCD$  отметили середину стороны  $CD$ , точку  $M$ . Затем из точки  $C$  опустили перпендикуляр на  $BM, CH_1$ , а из точки  $M$  опустили перпендикуляр на  $BD, MH_2$ . Докажите, что прямые  $AD, MH_2, CH_1$  пересекаются в одной точке.
8. В остроугольном  $ABC$  проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Через  $A, B, C$  проведены прямые, перпендикулярные  $B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1$ . Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
9. На продолжении  $AB$  за точку  $B$  выбрана точка  $B_1$  так, что  $AB_1 = AC$ . Биссектриса угла  $A$  пересекает описанную окружность треугольника  $\Omega$   $ABC$  в точке  $W$ . Докажите, что ортоцентр треугольника  $AWB_1$  лежит на  $\Omega$ .