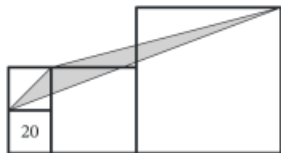


Площади.

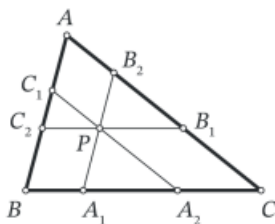
Вопросы для обсуждения:

- Почему медиана делит треугольник на два равновеликих? Почему шесть треугольников, на которые три медианы разделили треугольник, равновелики?
- Какую часть от площади всего четырехугольника составляет площадь параллелограмма Вариньона?
- Как относятся площади треугольников с равным углом?
- "Рельсы Евклида": если прямые AB и CD параллельны, то почему $S_{ABC} = S_{ABD}$? Как это можно использовать в задачах?

1. **Лемма о крыльях бабочки.** В трапеции с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что $S_{ABO} = S_{CDO}$.
2. Пусть X — точка на стороне AB треугольника ABC . Y — точка на прямой CX . Докажите, что $S_{CA Y} : S_{CB Y} = AX : XB$.
3. В треугольнике ABC стороны относятся как $AB : BC : CA = 2 : 3 : 4$. В нём проведены биссектрисы AK и CL . Найдите отношение $S_{LBK} : S_{ABC}$.
4. На продолжениях сторон AB, BC, CD, DA выпуклого четырехугольника $ABCD$ соответственно за точки B, C, D, A отложены отрезки BB_1, CC_1, DD_1, AA_1 , равные этим сторонам. Найдите площадь четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$, если площадь четырехугольника $ABCD$ равна 1.
5. В треугольнике ABC из острого угла C опустили высоту CH и отметили M — середину AB . Серединный перпендикуляр к AB пересекает сторону AC в точке D . Докажите, что четырехугольник $DCBH$ и треугольник ADH равновелики.
6. Четыре квадрата расположены как на рисунке. Найдите площадь серого треугольника. Решите эту задачу с помощью рельсов Евклида.



7. Через точку P внутри треугольника провели прямые, параллельные сторонам. Эти прямые пересекают стороны треугольника в точках, указанных на рисунке. Докажите, что $S_{A_2B_2C_2} = S_{A_1B_1C_1}$.



8. В треугольнике ABC с прямым углом C провели высоту CH . Окружность, проходящая через точки C и H , повторно пересекает отрезки AC , CB и BH в точках Q , P и R соответственно. Отрезки HP и CR пересекаются в точке T . Что больше: площадь треугольника CPT или сумма площадей треугольников CQH и HTR ?
9. Прямая пересекает основание AC равнобедренного треугольника ABC в точке D , боковую сторону AB в точке E и луч CB в точке F , причем $\angle ADE = \angle CDB$. Докажите, что площади треугольников BCE и AEF равны.