

Еще построение примеров в теории чисел.

1. Укажите 8 таких натуральных чисел, что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого из этих чисел делится на каждое из остальных.
2. Найдите какие-нибудь 777 последовательных натуральных чисел, каждое из которых можно изменить (увеличить или уменьшить) на 1 таким образом, чтобы произведение семи полученных в результате чисел равнялось произведению 777 исходных чисел.
3. Верно ли, что для любого $n \geq 3$, существует пифагорова тройка с числом n ?
4. Существуют ли шесть различных натуральных чисел a, b, c, d, e, f таких, что справедливо равенство

$$(a + b + c + d + e + f) : (1/a + 1/b + 1/c + 1/d + 1/e + 1/f) = 2012?$$

5. Найдите все натуральные числа, которые можно представить в виде $\frac{xy+yz+zx}{x+y+z}$, где x, y и z — три различных натуральных числа.
6. Докажите, что для любого натурального числа $n > 1$ найдутся такие натуральные числа a, b, c, d , что $a + b = c + d = ab - cd = 4n$.
7. Найдите четыре различных числа a, b, c и d , больших миллиона, таких, что: $a + bc$ делится на d , $b + cd$ делится на a , $c + da$ делится на b и $d + ab$ делится на c .
8. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа a, b, c, d по модулю больших 10^{10} , что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}$.