

## Еще построение примеров в теории чисел.

1. Укажите 8 таких натуральных чисел, что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого из этих чисел делится на каждое из остальных.
2. Найдите какие-нибудь 777 последовательных натуральных чисел, каждое из которых можно изменить (увеличить или уменьшить) на 1 таким образом, чтобы произведение семи полученных в результате чисел равнялось произведению 777 исходных чисел.
3. Верно ли, что для любого  $n \geq 3$ , существует пифагорова тройка с числом  $n$ ?
4. Существуют ли шесть различных натуральных чисел  $a, b, c, d, e, f$  таких, что справедливо равенство

$$(a + b + c + d + e + f) : (1/a + 1/b + 1/c + 1/d + 1/e + 1/f) = 2012?$$

5. Найдите все натуральные числа, которые можно представить в виде  $\frac{xy+yz+zx}{x+y+z}$ , где  $x, y$  и  $z$  — три различных натуральных числа.
6. Докажите, что для любого натурального числа  $n > 1$  найдутся такие натуральные числа  $a, b, c, d$ , что  $a + b = c + d = ab - cd = 4n$ .
7. Найдите четыре различных числа  $a, b, c$  и  $d$ , больших миллиона, таких, что:  $a + bc$  делится на  $d$ ,  $b + cd$  делится на  $a$ ,  $c + da$  делится на  $b$  и  $d + ab$  делится на  $c$ .
8. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа  $a, b, c, d$  по модулю больших  $10^{10}$ , что  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}$ .