

Теория информации.

1. Петя-тормоз загадал натуральное число от 1 до 100. Разрешается задать Пете любой вопрос про загаданное число, предполагающий ответы «да» или «нет». После первого вопроса Петя не ответит ничего. После второго вопроса Петя даст ответ на первый, после третьего — ответ на второй, и так далее. После последнего вопроса Петя ответит на предпоследний, а на последний не ответит никогда. Какое наименьшее число вопросов нужно задать Пете, чтобы гарантировано узнать загаданное число?
2. В каждой из 30 непроницаемых клеток сидит по попугаю. За один ход можно назвать имена нескольких (возможно, одного) попугаев, и названные попугаи одновременно откликнутся на свое имя. За какое наименьшее количество операций можно выяснить, в какой клетке сидит какой попугай? Нам известны имена всех попугаев, но мы не можем отличить голос одного попугая от другого.
3. Среди n монет есть одна фальшивая, которая легче настоящей. Заедающие весы работают как чашечные, но если на нечётном взвешивании они показывают равенство, на следующем взвешивании они тоже покажут равенство. При каком наибольшем n можно гарантированно найти фальшивую монету с помощью заедающих весов за 6 взвешиваний?
4. (а) Имеется 1000 бутылок с водой, в одной вода испорчена, и 10 мышей. Если мышь выпьет плохую воду, то ночью она умирает. За какое наименьшее количество дней можно гарантированно найти бутылку с испорченной водой?
(б) Имеется n бутылок с водой, в одной вода испорчена, и 10 мышей. Если мышь выпьет плохую воду, то ночью она умирает. Для какого наибольшего n можно гарантированно найти бутылку с испорченной водой за 6 дней?
5. Зритель попал на шоу. Перед ним 40 дверей, за одной из них автомобиль, и за остальными — козы. Ведущий знает, за какой дверью находится автомобиль. Зритель может послать ведущему несколько писем с вопросами, требующих ответа да или нет. Ведущий вытаскивает все письма в произвольном порядке и отвечает на них.
(а) Зритель может послать ведущему письма только один раз. Какое наименьшее число писем нужно послать, чтобы зритель наверняка указал на дверь, за которой автомобиль?
(б) Если после первого ответа ведущего зритель все еще не знает, где приз, он может послать письма еще один раз на тех же условиях. Какое наименьшее число писем суммарно нужно послать, чтобы зритель наверняка указал на дверь, за которой автомобиль?

6. Для турнира изготовили 7 золотых, 7 серебряных и 7 бронзовых медалей. Все медали из одного металла должны весить одинаково, а из разных должны иметь различные массы. Но одна из всех медалей оказалась нестандартной — имела неправильную массу. При этом нестандартная золотая медаль может весить только меньше стандартной золотой, бронзовая — только больше стандартной бронзовой, а серебряная может отличаться по весу от стандартной серебряной в любую сторону. Можно ли за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти нестандартную медаль?
7. Блогер живёт в N -этажном доме и хочет выяснить, с какого наименьшего этажа надо бросить телефон, чтобы он разбился. Известно, что если сбросить телефон с N -го этажа, то он всё-таки разобьётся. Блогер купил (а) 2 (б) 3 телефона. Для какого наибольшего N он справится за за 5 попыток?