

Тренировка к муниципальному этапу.

- Новая шахматная фигура *слонопотам* за один ход может перемещаться либо на любое число клеток по диагонали, либо на одну клетку по горизонтали или по вертикали. Слонопотам стоит в левой нижней клетке доски 8×8 . Назовём клетку доски достижимой, если слонопотам может в неё попасть ровно за 2 хода. Сколько существует достижимых клеток?
- Ваня выписал в ряд без пропусков друг за другом все натуральные числа от 1 до N в следующем порядке:

$$1 \ N \ 2 \ N - 1 \ 3 \ N - 2 \ \dots$$

При каком наименьшем N в такой записи встретится последовательность цифр 301?

- Два графика линейных функций пересекаются при $x = 2$. При $x = 8$ значения отличаются на 8. При $x = 20$ значение одной из функций равно 100. Чему может быть равно значение другой функции?
- Дана клетчатая прямоугольная таблица. Известно, что существует:
 - ровно 940 способов вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник 1×2 ;
 - ровно 894 способа вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник 1×3 .
 Сколько существует способов вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник 1×5 ?
- Приведённые квадратные трёхчлены $P(x)$ и $Q(x)$ таковы, что каждое из чисел 0, 4, 6, 8, 9, 12 является корнем одного из трёхчленов $P(x)$, $Q(x)$, $P(x) + Q(x)$. Чему равно $P(0) + Q(0)$?
- На доске нарисована пустая таблица 3×51 . Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:
 - каждое из чисел 1, 2, 3, ..., 153 должно присутствовать в таблице;
 - в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
 - для любого натурального $a \leq 152$ числа a и $a + 1$ должны стоять в соседних по стороне клетках.
 Назовём клетку таблицы хорошей, если в ней может оказаться число 153. Сколько всего хороших клеток?
- В очереди в буфет стоят 30 человек, у каждого из них есть целое неотрицательное число рублей — суммарно у всех ровно N рублей. Все они по порядку пронумерованы числами от 1 до 30 (т. е. человек №1 находится в начале очереди, а человек №30 — в конце). Каждый человек в очереди знает, сколько денег у каждого из остальных. Человек №1 сказал: «У меня

есть 10 рублей», а все остальные сказали: «У меня на 10 рублей больше, чем у человека передо мной». Оказалось, что ровно один из стоящих в очереди соврал.

- (а) Какое наименьшее значение может принимать N ?
- (б) В случае наименьшего возможного значения N какой номер мог иметь совравший человек?
8. В компьютер ввели число 1. За одну операцию число в компьютере можно либо увеличить на 7, либо поделить на 2, если оно чётное. При этом запрещается получать числа, большие 400. Число назовём классным, если его можно получить в результате некоторой последовательности разрешённых операций. Сколько существует классных чисел?
9. Функция $f(x)$ определена на множестве натуральных чисел и принимает натуральные значения. Известно, что для любого натурального n выполнено $f(n+1) > f(n)$ и $f(f(n)) = 3n$.
- (а) Найдите $f(10)$.
- (б) Найдите $f(2024)$.