

## Тренировка к муниципальному этапу.

1. Новая шахматная фигура *слонопотам* за один ход может перемещаться либо на любое число клеток по диагонали, либо на одну клетку по горизонтали или по вертикали. Слонопотам стоит в левой нижней клетке доски  $8 \times 8$ . Назовём клетку доски достижимой, если слонотам может в неё попасть ровно за 2 хода. Сколько существует достижимых клеток?
2. Ваня выписал в ряд без пропусков друг за другом все натуральные числа от 1 до  $N$  в следующем порядке:

$$1 \ N \ 2 \ N - 1 \ 3 \ N - 2 \ \dots$$

При каком наименьшем  $N$  в такой записи встретится последовательность цифр 301?

3. Два графика линейных функций пересекаются при  $x = 2$ . При  $x = 8$  значения отличаются на 8. При  $x = 20$  значение одной из функций равно 100. Чему может быть равно значение другой функции?
4. Дана клетчатая прямоугольная таблица. Известно, что существует:
  - ровно 940 способов вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник  $1 \times 2$ ;
  - ровно 894 способа вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник  $1 \times 3$ .Сколько существует способов вырезать из неё по линиям сетки прямоугольник  $1 \times 5$ ?
5. Приведённые квадратные трёхчлены  $P(x)$  и  $Q(x)$  таковы, что каждое из чисел 0, 4, 6, 8, 9, 12 является корнем одного из трёхчленов  $P(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $P(x) + Q(x)$ . Чему равно  $P(0) + Q(0)$ ?
6. На доске нарисована пустая таблица  $3 \times 51$ . Маша хочет заполнить её клетки числами, руководствуясь следующими правилами:
  - каждое из чисел 1, 2, 3,  $\dots$ , 153 должно присутствовать в таблице;
  - в левой нижней клетке таблицы должно стоять число 1;
  - для любого натурального  $a \leq 152$  числа  $a$  и  $a + 1$  должны стоять в соседних по стороне клетках.Назовём клетку таблицы хорошей, если в ней может оказаться число 153. Сколько всего хороших клеток?
7. В очереди в буфет стоят 30 человек, у каждого из них есть целое неотрицательное число рублей — суммарно у всех ровно  $N$  рублей. Все они по порядку пронумерованы числами от 1 до 30 (т. е. человек №1 находится в начале очереди, а человек №30 — в конце). Каждый человек в очереди знает, сколько денег у каждого из остальных. Человек №1 сказал: «У меня

есть 10 рублей», а все остальные сказали: «У меня на 10 рублей больше, чем у человека передо мной». Оказалось, что ровно один из стоящих в очереди соврал.

(а) Какое наименьшее значение может принимать  $N$ ?

(б) В случае наименьшего возможного значения  $N$  какой номер мог иметь совравший человек?

8. В компьютер ввели число 1. За одну операцию число в компьютере можно либо увеличить на 7, либо поделить на 2, если оно чётное. При этом запрещается получать числа, большие 400. Число назовём классным, если его можно получить в результате некоторой последовательности разрешённых операций. Сколько существует классных чисел?

9. Функция  $f(x)$  определена на множестве натуральных чисел и принимает натуральные значения. Известно, что для любого натурального  $n$  выполнено  $f(n+1) > f(n)$  и  $f(f(n)) = 3n$ .

(а) Найдите  $f(10)$ .

(б) Найдите  $f(2024)$ .