Подобные треугольники.

Теорема о пропорциональных отрезках. Пусть на одной прямой отмечены точки A_1, B_1, C_1, а на другой - A_2, B_2, C_2, причем $A_1A_2 \| B_1B_2 \| C_1C_2$. Тогда

$$\frac{A_1B_1}{B_1C_1} = \frac{A_2B_2}{B_2C_2}$$

Вспоминаем(?) три признака подобия треугольников.

0. **(а)** BD - биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{CD}$.
(б) BE - внешняя биссектриса треугольника ABC. Докажите, что $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{CE}$.

1. На продолжении биссектрисы CD треугольника ABC за точку C отмечена точка E так, что $\angle AEB = \frac{1}{2}\angle ACB$. Докажите, что $CE^2 = AC \cdot CB$.

2. Прямая, параллельная основаниям трапеции, пересекает боковые стороны трапеции в точках K и L, а диагонали — в точках M и N. Докажите, что $KM = LN$.

3. Докажите, что середины оснований трапеции, точка пересечения диагоналей и точка пересечения боковых сторон лежат на одной прямой.

4. Пусть O - центр описанной окружности треугольника ABC. Через точки B, C перпендикулярно прямой AO проведены прямые, пересекающие прямые AC, AB в точках M, N соответственно. Докажите, что $BC^2 = BM \cdot CN$.

5. Прямая l пересекает стороны AB, AD и диагональ AC параллелограмма $ABCD$ в точках P, Q, R соответственно. Докажите, что $\frac{AB}{AP} + \frac{AD}{AQ} = \frac{AC}{AR}$.

6. Пусть B_1 и C_1 — проекции вершин B и C треугольника ABC на внешнюю биссектрису его угла A. докажите, что B_1C и BC_1 пересекаются на внутренней биссектрисе угла A.

7. Дана трапеция $ABCD$. Прямая l пересекает отрезки AB и CD в точках P и Q, диагонали AC и BD — в точках M и N, прямые AD и BC — в точках X и Y. Докажите, что если $XP = YQ$, то $PM = QN$.

8. В треугольнике ABC отрезки BD, BE - внутренняя и внешняя биссектрисы угла B. На отрезке DE как на диаметре построена окружность. Докажите, что для любой точки X этой окружности выполняется равенство $\frac{AX}{XC} = \frac{AB}{BC}$.