

Вписанные углы

1. На диагонали AC вписанного четырёхугольника $ABCD$ отметили K так, что $\angle ABK = \angle ACB$. Прямая BK пересекает отрезок AD в точке X . Докажите, что точки K, X, D, C лежат на одной окружности.
 2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ описанная окружность треугольника ABC пересекает стороны CD и DA в точках P и Q , а описанная окружность треугольника CDA пересекает стороны AB и BC в точках R и S соответственно. Прямые BP и BQ пересекают отрезок RS в точках M и N . Докажите, что точки M, N, P, Q лежат на одной окружности.
 3. (*Теорема Помпею.*) Вокруг правильного треугольника ABC описали окружность и на дуге AB , не содержащей точки C , отметили точку K . Докажите, что $CK = AK + BK$.
 4. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = BD$. На отрезке BD выбрали точку K так, что $AD \parallel KC$. Описанная окружность треугольника KDC пересекает отрезок BC в точке L . Известно, что $\angle ABD = 48^\circ$ и $\angle CBD = 13^\circ$. Найдите угол BAL ?
 5. Диагональ AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равна стороне AD . На диагонали BD есть такая точка E , что $DE = BC$ и $AB = AE$. Докажите, что BC — касательная к описанной окружности треугольника ABE .
-
6. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ угол ADC прямой. Точки E и F основания перпендикуляров из точки B на прямые AD и AC . При этом точка F лежит между точками A и C , а точка A лежит между точками D и E . Известно, что прямая EF проходит через середину отрезка BD . Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ вписанный.
 7. В тупоугольном равнобедренном треугольнике ABC с равными сторонами AB и BC на стороне AC выбрана такая точка K , что $CK = CB$. Точка H — проекция A на прямую BK , точка M — середина AC . Докажите, что $BK = 2HM$.
 8. В тупоугольном треугольнике ABC с углом B , большим 90° , точка O — центр описанной окружности. Вписанная окружность с центром I касается стороны BC в точке A' , а стороны AC — в точке B' . Точки V и D , лежащие на отрезках AB' и CA' соответственно, таковы, что $2(\angle AVI - \angle CIO) = \angle B - \angle A$ и $A'D = B'V$. Докажите, что пятиугольник $COVID$ — вписанный.