

## Выделенные множества клеток

Во всех задачах про "морской бой" корабли не должны касаться друг друга даже углами.

0. Какое наибольшее количество квадратов  $3 \times 3$  можно вырезать из доски  $14 \times 14$  по линиям сетки?
  1. Какое наименьшее число королей нужно расставить на поле  $10 \times 10$  так, чтобы все клетки поля были побиты?
  2. Какое наименьшее число прямоугольников  $1 \times 2$  нужно вырезать из доски  $8 \times 8$  так, чтобы из оставшейся фигуры нельзя было вырезать квадрат  $2 \times 2$ ?
  3. Какое наибольшее количество кораблей  $1 \times 3$  можно поставить на доске для морского боя  $10 \times 10$  так, чтобы они стояли по правилам, то есть, не имели общих точек?
  4. Какое наименьшее число коней нужно расставить на шахматной доске так, чтобы все клетки доски оказались побиты? (Конь бьёт клетку, в которой стоит.)
  5. (а) Влад, Андрей, Федя, Денис, Слава, Зоя, Коля, Соня, Давид и Ярик расставляют на игровом поле  $10 \times 10$  полный комплект кораблей: сначала один корабль  $1 \times 4$ , затем два корабля  $1 \times 3$ , потом три корабля  $1 \times 2$  и в конце четыре корабля  $1 \times 1$ , — именно в таком порядке. Каждый следующий корабль должен поставить следующий человек, при этом ни до начала расстановки, ни во время неё не советуясь с остальными. Если кто-то не может поставить корабль, то игра заканчивается. Верно ли, что очередь дойдёт до Ярика и он сможет поставить корабль?  
(б) Тот же вопрос, если каждый своим ходом может ставить любой из оставшихся кораблей.
- 
6. Какое наименьшее число коней нужно расставить на шахматной доске так, чтобы все **белые** клетки доски оказались побиты?
  7. Дана доска  $20 \times 20$ . В этой задаче корабль — связанная клеточная фигура. Флот — такое объединение нескольких кораблей, что никакие два корабля не касаются друг друга. Какое наименьшее число клеток может содержать флот, к которому нельзя добавить ни одного корабля?
  8. Лабиринт представляет собой правильный треугольник со стороной 6, разделённый на маленькие правильные треугольники со стороной 1. Отрезки — это коридоры, а их точки пересечения — это залы, где расположены

выключатели. Выключатель может поменять освещённость на противоположный каждого коридора, отходящего от зала, где он расположен. Изначально весь лабиринт тёмный. Какое наибольшее количество коридоров можно сделать освещёнными?