# Теорема Фалеса и ряд равных отношений

**1.** Существуют ли попарно различные ненулевые числа $a$, $b$, $c$ такие, что среди чисел
$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2},\quad \frac{b+c}{b^2+bc+c^2},\quad \frac{c+a}{c^2+ca+a^2}$$
два равны, а третье отлично от них?

**2.** Точка $M$ — середина стороны $BC$ треугольника $ABC$. Точка $D$ на стороне $AC$ такова, что $AD = BD$. Точка $E$ лежит на прямой $AM$ так, что прямые $DE$ и $AB$ параллельны. Докажите, что $\angle DBE = \angle ACB$.

**3.** В треугольнике $ABC$ сторона $BC$ больше стороны $AC$. На продолжении стороны $AC$ за точку $A$ отметили такую точку $D$, что $CD = CB$. Точки $E$ и $F$ — середины отрезков $AD$ и $BC$ соответственно. Докажите, что если $\angle BAC = 2\angle CEF$, то треугольник $ABC$ равнобедренный.

**4.** Прямая пересекает стороны $AB$ и $AC$ треугольника $ABC$ в точках $L$ и $M$ соответственно, а продолжение стороны $BC$ за точку $C$ — в точке $N$. Известно, что середина стороны $AB$, точка $K$, лежит между точками $L$ и $B$. Точки $F$, $K$, $T$ — середины отрезков $AM$, $AB$, $MN$ соответственно, причём $LF \parallel BC$. Докажите, что четырёхугольник $TCKL$ — параллелограмм.

---

**5.** Точки $X$ и $Y$ лежат на сторонах $AB$ и $AD$ выпуклого четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Известно, что $CX \parallel DA$, $DX \parallel CB$, $BY \parallel CD$, $CY \parallel BA$. Чему равно $AX : BX$?

**6.** В четырёхугольнике $ABCD$ углы $A$ и $B$ прямые. Точка $M$ — середина стороны $AB$, угол $CMD$ — прямой. Точка $K$ — основание перпендикуляра, проведённого из точки $M$ на $CD$. Прямые $AK$ и $BD$ пересекаются в точке $P$, а прямые $BK$ и $AC$ — в точке $Q$. Докажите, что $\dfrac{KP}{PA} + \dfrac{KQ}{QB} = 1$