

Алгоритмы задним числом

Идея. Неразличимые примеры и контрпримеры могут строиться не заранее, а только после того, как испытания уже проведены и ответы даны, с использованием уже полученной информации. Этот метод часто помогает показать, что у Судьбы-злодейки есть стратегия, опровергающая существование «гарантированного» алгоритма.

1. Есть N монет, каждая из которых может иметь один из двух весов — «тяжёлая» или «лёгкая». На двухчашечные весы можно класть не более чем по одной монете на чашку. За какое наименьшее число взвешиваний можно ответить на вопрос: «Верно ли, что все монеты равны по весу?»
2. Капитан Врунгель разложил по кругу перетасованную колоду из 67 карточек, на которых написаны по одному числа от 1 до 67, оставив одно место свободным. Матрос Фукс, не видя карты и не зная начальной раскладки, называет число. Если карточка с этим числом лежит рядом со свободным местом, Врунгель её туда передвигает, не сообщая Фуксу. Иначе ничего не происходит. Потом Фукс называет ещё одно число, и так сколько угодно раз, пока он не скажет «стоп». Может ли Фукс добиться, чтобы после «стопа» рядом со свободным местом наверняка не было числа 52?
3. На острове живут $n + 1$ рыцарь и n лжецов. За одно действие мы можем выбрать двух различных людей X и Y , и спросить у X , верно ли, что Y — рыцарь. За какое наименьшее количество действий можно гарантированно определить «роль» (а) хотя бы одного человека; (б) всех людей?
4. На столе 2026 ящиков, в каждом из которых лежит по одному мячу. Известно, что число белых мячей чётное положительное. Разрешается выбрать любые два ящика и спросить, есть ли в них хотя бы один белый мяч. За какое наименьшее число вопросов можно гарантированно определить (а) один; (б) два ящика, в которых лежат белые мячи?
5. Некоторые из шести людей знакомы друг с другом. Сведения о знакомствах хранятся в компьютере. За один запрос к компьютеру мы можем узнать, знакомы ли между собой два конкретных человека. Мы хотим узнать, найдутся ли среди этих людей трое попарно знакомых. Докажите, что не существует алгоритма, делающего это быстрее чем за 10 запросов.
6. За какое наименьшее число взвешиваний можно найти самую лёгкую и самую тяжёлую из 100 монет различной массы?