

Табличные графы

- Из спичек сложен квадрат 8×8 , сторона каждой клетки равна длине спички. Какое наименьшее число спичек нужно убрать, если граничные спички убрать нельзя и жук хочет, чтобы:
 - с любой клетки можно было дойти до любой другой, не переползая через спички;
 - с любой клетки можно было дойти до какой-нибудь клетки на границе, не переползая через спички.
- Какое наибольшее количество клеток можно отметить на шахматной доске так, чтобы центры никаких трёх клеток не образовывали прямоугольный треугольник?
- В каждой строке и каждом столбце стоит по 2 фишки. Докажите, что можно снять часть фишек так, что в каждой строке и каждом столбце окажется по 1 фишке.
- На пустой шахматной доске ставят пешки по следующим правилам: выбирают любые четыре пустые клетки, центры которых являются вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам доски, после чего на одну из этих клеток ставится пешка. Затем выбирают аналогичные четыре пустые клетки, на одну из них снова ставят пешку, и так далее. Какое наибольшее число пешек можно поставить на доске по этим правилам?
- На клетчатой доске 11×11 отмечено 22 клетки так, что на каждой вертикали и на каждой горизонтали отмечено ровно две клетки. Два расположения отмеченных клеток эквивалентны, если, меняя любое число раз вертикали и горизонтали между собой, мы из одного расположения можем получить другое. Сколько существует неэквивалентных расположений отмеченных клеток?
- Множество клеток на бесконечной клетчатой бумаге назовём *слоновье связным*, если из каждой его клетки можно попасть в любую другую, двигаясь по клеткам этого множества ходом слона (слон может перелетать через поля, не принадлежащие нашему множеству). Докажите, что слоновье связное множество из $2n$ клеток можно разбить на пары клеток, лежащих в одной диагонали.
- Пусть m — целое положительное число. Дана таблица $4m \times 4m$, состоящая из единичных клеток. Две различные клетки назовём *родственными*, если они находятся в одной строке или в одном столбце. Никакая клетка не является родственной для самой себя. Некоторые клетки были окрашены в синий цвет, при этом оказалось, что у каждой клетки таблицы не ме-

нее двух родственных ей синих клеток. Найдите наименьшее возможное количество синих клеток.