

Графы без всякой теории

1. Дан связный граф, который остается связным при удалении любого ребра, и в котором любые две вершины либо соединены ребром, либо имеют общего соседа. Верно ли, что рёбра этого графа можно покрасить в четыре цвета так, чтобы между любыми двумя вершинами нашелся путь, все ребра в котором покрашены в разные цвета?
2. На праздник собрались n человек. Среди каждых 4 из них есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых. Докажите, что всех собравшихся можно разбить на две группы так, что в одной группе все друг с другом знакомы, а в другой никто ни с кем не знаком.
3. В графе 300 вершин степени 3. Какое наибольшее количество циклов длины 4 может быть в этом графе?
4. Каким наименьшим количеством полных графов из n , где $n > 2$ вершин можно покрыть все рёбра полного графа из $2n$ вершин.