

Адвокатские взвешивания

1. В суде есть n гирь с массами 1 г, 2 г, \dots , n г. Судьи не знают, сколько весит какая гиря, но это знает адвокат. У него есть весы с двумя чашками, которые показывают равновесие (загорается лампочка) или неравновесие, но не показывают, какая чаша тяжелее. Как адвокату за k взвешиваний убедить суд, что он знает
 - (а) вес хотя бы одной гири при $n = 8$, $k = 1$;
 - (б) вес всех гирь при $n = 10$, $k = 3$.
2. Мага освободят, если он пройдёт следственный эксперимент. Адвокат мага задумывает семь различных натуральных чисел с суммой 100, тайно сообщает их судье, а магу называют лишь четвёртое по величине из этих чисел, после чего маг должен отгадать задуманные числа. Адвокат и маг не могут сговориться. Может ли адвокат обеспечить освобождение мага?
3. В суде есть 11 металлических слитков, неразличимых на вид; известно, что их веса (в некотором порядке) равны $1, 2, \dots, 11$ кг. В суде есть мешок, который порвётся, если в него положить больше 11 кг. Адвокат знает веса слитков и хочет доказать, что первый слиток имеет вес 1 кг. За один шаг он может загрузить несколько слитков в мешок и продемонстрировать суду, что мешок не порвался (рвать мешок нельзя!). За какое наименьшее число загрузок мешка адвокат может добиться требуемого?
4. Есть 6 гирь весом $1, 2, 3, 4, 5$ и 6 г. На них нанесена соответствующая маркировка. Есть подозрения, что надписи на каких-то двух гирях перепутаны местами. Адвокат хочет доказать, что ошибок в надписях нет. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах он сможет это доказать?
5. В суде есть 80 одинаковых на вид гирь, веса которых все известны и различны (имеется список). Судьи не знают, сколько весит какая гиря, но это знает адвокат. Он может это доказать, пользуясь только сохранившимся списком и двухчашечными весами со стрелкой, показывающей разницу весов. Какое минимальное число взвешиваний ему потребуется?
6. В суде есть n монет, среди которых f фальшивых. Адвокат знает фальшивые монеты и, что они легче настоящих. Как адвокату показать все фальшивые монеты за k взвешиваний на чашечных весах без гирь, если суд знает, что
 - (а) $n = 14$, $f = 7$, $k = 3$, фальшивые монеты весят одинаково и легче настоящих;
 - (б) $n \geq 5$, $f = 2$, $k = 2$, фальшивые монеты весят одинаково (но суд не знает, что они легче);
 - (в) $n = 8$, $f = 4$, $k = 3$, фальшивые монеты легче настоящих и могут

весить по-разному.