

Вписанные углы и дополнительные построения

1. На боковых равных сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC нашлись соответственно точки M и K такие, что $AM = AK = AC$ и отрезки AK и MC перпендикулярны. Найдите углы треугольника ABC .
2. Продолжение биссектрисы BL треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке K . Биссектриса внешнего угла B пересекает продолжение отрезка CA за точку A в точке N . Докажите, что если $BK = BN$, то отрезок LN равен диаметру описанной окружности треугольника.
3. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC точка O — центр описанной окружности. Точка M лежит на отрезке BO , а точка M' симметрична M относительно середины AB . Отрезки AB и $M'O$ пересекаются в точке K . На стороне BC выбрали точку L так, что $\angle CLO = \angle BLM$. Докажите, что четырёхугольник $OKBL$ вписанный.
4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle CBD = 2\angle CAD$, $\angle CDB = 2\angle CAB$. Докажите что CA — биссектриса угла BCD .
5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BD$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ADC = 150^\circ$. Докажите, что CA — биссектриса угла BCD .
6. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB на стороне AC отметили точки D и E так, что $\angle ABE = \angle EBD = \angle DBC$. При этом оказалось, что $AE = 2DC$. Найдите $\angle A$.