

Точки на плоскости

0. На большой площади собралось несколько человек. Оказалось, что все попарные расстояния между ними различны. Каждый упорядочил для себя всех остальных в порядке от ближайшего до самого дальнего от себя, и послал сообщение k -му по счету человеку в этом списке. Какое наибольшее количество сообщений могло прийти одному и тому же человеку?
1. Можно ли расставить на футбольном поле четырёх футболистов так, чтобы попарные расстояния между ними равнялись 1, 2, 3, 4, 5 и 6 метров?
2. На плоскости отмечены 7 точек, попарные расстояния между которыми различны. Для каждой точки определили ближайшую к ней из остальных точек. Могло ли так оказаться, что для 6 точек ближайшая точка будет одна и та же?
3. На плоскости отмечено 9 различных точек, среди которых есть красные, синие и зеленые. Известно, что сумма всех попарных расстояний между красными и синими точками равна 13, между красными и зелеными равна 11, а между синими и зелеными равна 1. Каким может быть количество красных отмеченных точек?
4. В зоопарке 50 обезьян кидаются одновременно кокосами. Каждая кидает кокос в ближайшую к ней обезьяну (в одну из ближайших, если несколько обезьян находятся на одинаковом расстоянии от неё) и попадает прямо в голову. Какое наименьшее число обезьян может оказаться с разбитой головой?
5. Астроном наблюдает 50 звёзд, сумма попарных расстояний между которыми равна S . Набежало облако и заслонило 25 звёзд. Докажите, что сумма попарных расстояний между видимыми звёздами меньше, чем $S/2$.