

Вписанные углы (ещё)

1. $ABCD$ — выпуклый четырёхугольник, в котором $AB = BC$ и $AD = DC$. На диагонали AC отмечена такая точка K , что $AK = BK$ и четырёхугольник $KBCD$ — вписанный. Докажите, что $BD = CD$.
 2. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E , такие, что $AD \perp BC$ и $AD = DE$. На стороне AC отмечена точка F , такая, что $EF \perp BC$. Найдите $\angle ABF$.
 3. В окружность вписан пятиугольник $ABCDE$. Отрезки AC и BD пересекаются в точке K . Отрезок CE касается описанной окружности треугольника ABK в точке N . Найдите $\angle CNK$, если известно, что $\angle ECD = 40^\circ$.
 4. На сторонах BC , CA и AB треугольника ABC лежат точки M , N , K соответственно, не совпадающие с вершинами. Треугольник MNK назовём красивым, если $\angle BAC = \angle KMN$ и $\angle ABC = \angle KNM$. Докажите, что если в треугольнике ABC существуют два красивых треугольника с общей вершиной, то треугольник ABC — прямоугольный.
 5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle DAB = 90^\circ$, P — середина стороны BC . Оказалось, что $\angle ADB = \angle CAP$. Докажите, что $\angle ADC = \angle BAP$.
-
6. Окружности ω_1 , ω_2 и ω_3 проходят через точку P . Касательная к ω_1 , проведённая в точке P , вторично пересекает ω_2 и ω_3 в точках P_{12} и P_{13} . Точки P_{21} , P_{23} , P_{31} , P_{32} определяются аналогично. Докажите, что серединные перпендикуляры к отрезкам $P_{12}P_{13}$, $P_{21}P_{23}$ и $P_{31}P_{32}$ пересекаются в одной точке.
 7. В окружность ω с центром O вписан правильный треугольник ABC . Пусть P — точка дуги BC . Касательная к ω в точке P пересекает продолжения прямых AB и AC в точках K и L соответственно. Докажите, что $\angle KOL > 90^\circ$.