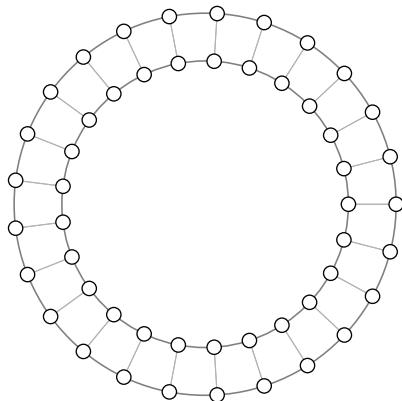


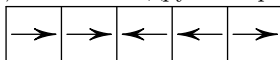
Отбор в Команду для 7 класса

Задача 1. В пятидесяти кружочках, изображённых на рисунке, расставлены в некотором порядке числа $1, 2, 3, \dots, 49, 50$ (в каждом кружочке — ровно одно число). Для какого наименьшего натурального числа d можно утверждать, что обязательно найдутся два кружочка, соединённых отрезком, числа в которых отличаются не более чем на d ?



Задача 2. Положительные вещественные числа x, y, z удовлетворяют неравенствам $x + y \geq xy, y + z \geq yz, x + z \geq xz$. Докажите, что $x + y + z \geq \frac{3}{4}xyz$.

Задача 3. В каждой клетке горизонтальной полоски 1×99 нарисована одна стрелка, указывающая влево или вправо. Докажите, что найдётся такая стрелка, на которую указывает столько же стрелок, на сколько других стрелок она сама указывает.



Пример: на рисунке выше подходит стрелка во второй слева клетке: на неё указывают три другие стрелки и она указывает на три другие стрелки.

Задача 4. На плоскости нарисован выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = BC = CD > AD$. Точка X — отражение точки A относительно прямой BD ; точка Y — отражение точки D относительно прямой AC . Докажите, что $BC \parallel XY$.

Напомним, что отражением точки A относительно прямой ℓ называется такая точка X плоскости, что ℓ — это серединный перпендикуляр к отрезку AX .

Задача 5. На полянке в лесу по кругу стоят 30 грибочков, пронумерованных числами от 1 до 30. Некоторые пары грибочков дружат (дружба взаимна). За одну операцию разрешается поменять местами любые два стоящих рядом грибочка, не дружащих друг с другом. Цель — расставить все грибочки в порядке возрастания номеров по часовой стрелке. Докажите, что можно для любой начальной расстановки грибочков добиться цели тогда и только тогда, когда выполнено условие: в любой непустой группе грибочков дружб внутри группы меньше, чем грибочков в группе.

Задача 6. Натуральное число $k > 1$ назовём *интересным*, если для любых натуральных чисел a и b из делимости $ka + b$ на $kb + a$ следует делимость a на b . Найдите все интересные числа.