

## Шары и перегородки

1. В лаборатории генной инженерии растёт 20 абсолютно одинаковых кочанов хищной капусты. Сколькими способами все кочаны можно раздать 5 различным лаборантам, если каждому из них для экспериментов потребуются **(а)** хотя бы по одному; **(б)** хотя бы по два образца?
2. Даны натуральные числа  $k \leq n$ . Сколько решений имеет уравнение

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

- (а)** в натуральных числах;  
**(б)** в целых неотрицательных числах;  
**(в)** в натуральных нечётных числах?
3. Петя раскрыл скобки в выражении  $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^{99}$  и привёл подобные. Сколько слагаемых у него получилось?
4. Сколькими способами можно представить 1 000 000 в виде произведения трех множителей, если произведения, отличающиеся порядком множителей, считаются различными?
5. Сколько существует десятизначных натуральных чисел, у которых каждая цифра, кроме последней, не меньше цифры справа?
6. Рыбак вытащил из пруда 80 одинаковых лещей. Он решил раздать всех лещей своим четырём различным котикам так, чтобы каждый котик получил хотя бы по 1, но не больше **(а)** 50; **(б)** 30 лещей. Сколько существует способов это сделать?
7. За круглым столом сидят 25 различных знатоков. Сколькими способами можно выбрать из них 6 знатоков так, чтобы никакие два выбранных знатока не сидели рядом?
8. Докажите, что для некоторого натурального числа  $n > 100$  среди  $n$ -значных натуральных чисел можно выбрать  $n^{100}$  точных квадратов так, чтобы любые два выбранных точных квадрата отличались перестановкой цифр.