

## Геометрические неравенства

1. Докажите, что сумма диагоналей выпуклого четырёхугольника меньше его периметра, но больше полупериметра.
2. Может ли в остроугольном треугольнике  $ABC$  медиана  $AM$  оказаться вдвое короче стороны  $AB$ ?
3. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  выполнено неравенство  $AB + BD < AC + CD$ . Докажите, что  $AB < AC$ .
4. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  с тупым углом при вершине  $A$  отмечена середина  $M$  стороны  $BC$ . Докажите, что  $2AM < BD + CD$ .
5. Угол  $A$  треугольника  $ABC$  в два раза больше его угла  $C$ . Докажите, что  $2AB > BC$ .
6. Выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  такой, что  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ . На сторонах  $CD$  и  $DA$  выбраны точки  $E$  и  $F$  соответственно так, что  $\angle FBE = 75^\circ$ . Докажите, что  $AB + AF + CE > EF$ .
7. На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  отмечена такая точка  $P$ , что  $CM = CP$  и  $\angle ABC = \angle MCP$ . Докажите неравенство  $AB - AC < MP$ .
8. Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AB = BC = CD = DO$ . Докажите, что  $AD < 2BC$ .