

## Круговые шаблоны

1. На математическом кружке в турнире по армрестлингу участвовали 15 спортсменов. Каждый участник сыграл с каждым ровно один раунд. Далее всех участников упорядочили по числу побед, а в случае равенства количеств побед — по алфавиту. Какое наибольшее число побед могло быть у участника, занявшего **(а)** 15-ое место; **(б)** 9-ое место?
2. В сундуке 5 колпаков различных цветов. Из сундука вытащили три колпака и вслепую надели троим мудрецам. Мудрецы видят колпаки друг друга, но не видят свой. Они одновременно пытаются угадать цвет своего колпака. Могут ли мудрецы договориться действовать так, чтобы гарантированно хотя бы один из них угадывал?
3. В чемпионате по футболу участвуют  $n > 1$  команд. Требуется составить расписание игр так, чтобы каждая команда сыграла с каждой и чтобы никакой команде не пришлось играть две игры за день. Докажите, что **(а)** если  $n$  нечётно, то можно провести чемпионат за  $n$  дней; **(б)** если  $n$  чётно, то можно провести чемпионат за  $n - 1$  день.
4. **(а)** Фокусник с помощником показывают фокус. Зритель выбирает любые две из семи стоящих в ряд пустых шкатулок и в присутствии помощника кладёт туда по гранате. Затем приходит фокусник. Помощник открывает одну шкатулку, в которой нет гранаты. Далее фокусник должен выбрать ещё три шкатулки и одновременно открыть. Как фокуснику и помощнику договориться так, чтобы все открытые шкатулки оказались пустые? **(б)** Тот же фокус, но шкатулок 13, а фокуснику нужно открыть ещё 8 (зритель кладёт две гранаты, помощник открывает одну шкатулку).
5. При каких натуральных значениях  $n$  все рёбра полного графа на  $n$  вершинах можно раскрасить в несколько цветов таким образом, чтобы рёбра каждого цвета образовывали **(а)** путь; **(б)** цикл, проходящий по всем вершинам ровно по одному разу?
6. В турнире по шведкам участвовали  $n$  спортсменов. В каждой игре одна пара участников играла против другой пары. В конце турнира выяснилось, что любые два участника ровно в одной игре оказывались соперниками. При каких натуральных  $n$  такое возможно?