

Турниры

В футболе победа приносит команде 3 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0 очков. В шахматах: победа — 1 очко, ничья — 0.5 очков, поражение — 0 очков. В теннисе не бывает ничьих.

1. В однокруговом турнире по футболу участвовало $n \geq 3$ команд. Команда-победитель набрала больше очков, чем любая другая команда, и имела поражений не меньше, чем побед. При каком наименьшем n такое могло произойти?
2. В турнире участвовали 20 шахматистов. Каждый сыграл с каждым две партии: один раз белыми и один раз чёрными. Обязательно ли найдутся такие два шахматиста, что один из них выиграл не меньше партий белыми и не меньше партий чёрными, чем второй?
3. Однажды n шахматистов сыграли однокруговой турнир. Оказалось, что все, кроме Пети, набрали одинаковое количество очков. Какое количество очков мог набрать Петя?
4. Определите наименьшее натуральное n , для которого верно следующее: при любых результатах матчей однокругового турнира по теннису среди n его участников гарантировано найдётся тот, кто выиграл не менее 10 матчей и проиграл не менее 10 матчей.
5. В гоночном турнире n участников и 12 этапов. Организатор турнира наперёд выбирает натуральные числа $a_1 > a_2 > \dots > a_n$. Далее после каждого этапа участник, занявший в нём k -тое место, получает a_k баллов. При каком наименьшем n организатор турнира может выбрать числа a_1, \dots, a_n так, чтобы при любых результатах первых 11 этапов хотя бы двое участников имели шансы занять первое место (то есть набрать баллов не меньше, чем остальные участники)?
6. В однокруговом турнире участвовали n теннисистов. По окончании турнира Пете сообщили итоговое количество побед каждого из участников, и теперь Петя пытается угадать результат каждого конкретного матча. Каждую минуту Петя выбирает любой невыбранный ранее матч и предполагает в нём победителя, после чего сразу проверяет, угадал он результат матча или нет. Цель Пети — угадать победителя больше чем в половине всех матчей. При каких n Петя сможет гарантировано добиться своего?
7. В круговом турнире по футболу участвовало не менее шести команд. Все команды набрали равное количество очков. Докажите, что найдутся хотя бы три команды, у которых одинаковое количество побед.