

Сколько способов?

1. Сколькими способами можно разбить $2n$ различных человек на пары?
2. Сколькими способами можно выделить в клетчатом прямоугольнике $m \times n$ какой-то клетчатый прямоугольник?
3. Назовем билет с номером от 000000 до 999999 *несчастливым*, если разность некоторых двух соседних цифр его номера равна 5. Найдите количество несчастливых билетов.
4. На складе имеется неограниченный запас одинаковых синих, одинаковых красных и одинаковых белых лампочек. Сколькими различными способами можно собрать гирлянду из n лампочек так, чтобы любые две соседние лампочки были разных цветов? Гирлянды, отличающиеся поворотом, считаются одинаковыми.
5. Сколькими способами можно выложить в ряд пять одинаковых красных, пять одинаковых синих и пять одинаковых зелёных шаров так, чтобы никакие два синих шара не лежали рядом?
6. В летний лагерь приехали $2n$ школьников: n различных мальчиков и n различных девочек. Для разгрузки грузовика с кирпичами требуется собрать команду из $2k$ школьников-добровольцев, среди которых должно быть не меньше половины мальчиков. Сколькими способами это можно сделать? В ответе не должно быть суммирований.
7. (а) Мистер кузнецик сидит на числовой прямой и умеет прыгать на расстояние 1 в одном из двух направлений: влево или вправо. Сколькими способами он может выполнить серию из $2n$ прыжков и вернуться в исходную точку?
(б) Мистер кузнецик поднял себе уровень и теперь прыгает по плоскости в четырёх направлениях: вверх, влево, вниз, вправо. Сколькими способами он может выполнить серию из $2n$ прыжков и вернуться в исходную точку?
8. Назовем натуральное число *горным*, если в его десятичной записи ни одна цифра не использована дважды и каждая цифра, за исключением первой и последней, больше хотя бы одной из соседних с ней цифр. Сколько всего горных чисел?
9. Равносторонний треугольник разбили тремя наборами параллельных прямых на n^2 одинаковых равносторонних треугольников. После этого каждый маленький треугольник покрасили в один из трёх цветов. Раскраска называется *хорошей*, если соседи каждой клетки или все покрашены в один цвет, или все в разные цвета. Сколько всего существует хороших раскрасок этого треугольника?