

Фокусы

1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?
2. Два фокусника показывают зрителю такой фокус. У зрителя есть 78 карточек, пронумерованных числами от 1 до 78. Он выбирает из них 40 карточек и передает первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 38 карточек и, перемешав, передает эти три карточки второму фокуснику. Как фокусникам договориться, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?
3. Фокусник с помощником собираются показать такой фокус. Зритель пишет на доске последовательность из N цифр. Помощник фокусника закрывает одну из них черным кружком. Затем входит фокусник. Его задача — отгадать закрытую цифру. **(а)** Докажите, что при $N = 10$ фокусник и помощник могут действовать так, чтобы фокус гарантированно удался. **(б)** При каком наименьшем N они могут так действовать?
4. На столе лежат n карт с номерами от 1 до n . Два зрителя по очереди берут по одной карте. Затем помощник фокусника берёт одну карту себе. После чего приходит фокусник, смотрит на оставшиеся номера и говорит, у какого зрителя какой номер карты. Могут ли фокусник и помощник договориться так, чтобы фокус всегда удавался при **(а)** $n = 7$; **(б)** $n = 8$?
5. На столе лежат 16 карт. В комнате находятся зритель и фокусник. Зритель сообщает фокуснику, какие две карты ему нравятся больше остальных. Затем фокусник уходит, приходит помощник фокусника. Зритель указывает помощнику на одну из двух карт, которые ему нравятся. Затем фокусник возвращается, называет одно число: 1 или 2, а в ответ помощник называет одно число от 1 до 4. После этого фокусник должен назвать карту, на которую указал зритель. Как действовать фокуснику и помощнику, чтобы фокус гарантированно удался?
6. Перед фокусником кладут колоду из 60 карт рубашкой вверх. Он называет масть верхней карты, после чего карту открывают, показывают ему и откладывают в сторону. После этого фокусник называет масть следующей карты, и т. д. Задача фокусника — угадать масть как можно большего числа карт. Рубашки карт несимметричны, и фокусник видит, в каком из двух положений лежит верхняя карта. Колода подготовлена помощником.

Помощник знает порядок карт в колоде и, хотя изменить его не может, зато может подсказать, располагая рубашки карт так или иначе согласно договоренности. Докажите, что фокусник с помощью такой подсказки может угадать масть не менее чем у 40 карт.