

## Счётчики

1. Найдите наименьшее количество ходов, за которое шахматный конь из любой клетки доски  $8 \times 8$  наверняка может попасть: (а) в левую нижнюю угловую клетку; (б) в какую-нибудь угловую клетку.
2. На длинной скамейке сидели мальчик и девочка. К ним по одному подошли еще  $2n$  детей, и каждый из них садился между какими-то двумя уже сидящими. Назовем девочку *отважной*, если она сидилась между двумя соседними мальчиками, а мальчика *отважным*, если он садился между двумя соседними девочками. Когда все сели, оказалось, что мальчики и девочки сидят на скамейке, чередуясь. Сколько из них были отважными?
3. В 2026 ящиках лежит 1, 2, ..., 2026 камней соответственно. За один ход можно выбрать несколько ящиков и забрать из них по одинаковому количеству камней. За какое наименьшее число ходов можно забрать все камни из всех ящиков?
4. На доске изначально написано число 1. За одну операцию можно текущее число (а) увеличить на 1 или умножить на 2; (б) увеличить на 2 или умножить на 3. За какое наименьшее число операций можно получить число 2027?
5. На доске написаны числа 1, 2, ..., 15 в некотором порядке. За одно действие разрешается поменять два числа на доске местами. За какое наименьшее число действий можно расставить числа на доске: (а) по возрастанию, действие можно применять только к соседним числам; (б) по возрастанию; (в) по возрастанию или по убыванию, действие можно применять только к соседним числам?
6. Кубик  $10 \times 10 \times 10$  пилят на кубики  $1 \times 1 \times 1$ . Какое наименьшее число распилов потребуется, если пилить можно только вдоль некоторой плоскости, но можно прикладывать разные части друг к другу для одного распила?
7. Правильный треугольник со стороной 9 разрезан на 81 одинаковых правильных треугольничков со стороной 1. Изначально некоторые  $k$  из треугольничков покрашены. За один ход еще не покрашенный треугольничек можно покрасить, если к этому моменту покрашены не менее двух соседних с ним по стороне треугольничков. При каком наименьшем  $k$  через несколько ходов могло оказаться, что все треугольнички покрашены?