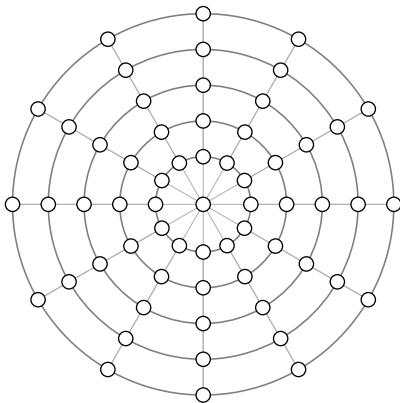


Очный отбор для 7 класса

1. В палитре 16 цветов. Можно ли раскрасить все кружочки на картинке справа в цвета палитры так, чтобы для любых двух различных цветов палитры нашлись два соседних (т. е. соединённых линией) кружочка, раскрашенных в эти два цвета?
2. Про натуральные числа a, b, c известно, что a^3 делится на b , b^3 делится на c и c^3 делится на a . Докажите, что $(a + b + c)^{13}$ делится на abc .
3. В офисе лежат 1000 листов бумаги, изначально разложенных по 79 стопкам. Стопки выложены в ряд слева-направо. Некоторые стопки могут быть пусты, но не все листы находятся в одной стопке. Работник офиса может выполнять следующую операцию: выбрать любую стопку и переложить из неё либо 13, либо 66 листов (если в ней есть столько листов) в любую другую стопку. Оказалось, что такими операциями **невозможно** собрать все листы в одной стопке. Сколько листов могло быть изначально в самой левой стопке? (Укажите все возможные варианты.)
4. Натуральные числа x и y удовлетворяют соотношению $2x^2 + x = 3y^2 - y$. Докажите, что $x + y$ — точный квадрат натурального числа.
5. У Эша и Ритчи есть по 100 покемонов. Каждый из покемонов относится к одной из четырёх стихий: огонь, вода, лёд или электричество. В ходе турнира все покемоны Эша разбиваются на пары с покемонами Ритчи и внутри каждой пары проводится поединок. Известно, что электрический покемон всегда побеждает водного, водный всегда побеждает огненного, а огненный — ледяного; при этом поединок в любой другой паре покемонов заканчивается вничью. (Например, результат поединка между электрическим и ледяным покемоном будет ничейным, как и результат поединка между двумя огненными покемонами.)



Выяснилось, что если Эш будет составлять пары покемонов, то он может их составить так, чтобы его покемоны одержали не менее n побед; и что если Ритчи будет составлять пары покемонов, то его покемоны одержат не менее n побед. При каком наибольшем натуральном n такое возможно?