

## Числовые игры

1. Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор из 20 досок. Каждый по очереди красит одну из досок (любую по своему выбору) в синий или зелёный цвет. Начинает Том. Когда весь забор покрашен, подсчитывают число  $n$  изменений цвета (то есть границ, где синий цвет сменяется зелёным или наоборот), и Гекльберри отдаёт Тому  $n$  фантиков. Какое наименьшее количество фантиков будет вынужден отдать Гекльберри?
2. Карлсон разрезает торт на два куска, после чего Малыш разрезает один из кусков (по своему выбору) на два. Получившиеся три куска по очереди, выбирая любой из оставшихся кусков, забирают Карлсон, Малыш и снова Карлсон. Какую наибольшую часть торта может гарантированно забрать себе Карлсон?
3. Игра происходит на квадрате клетчатой бумаги  $9 \times 9$ . Играют двое, ходят по очереди. Начинающий игру ставит в свободные клетки крестики, его партнёр — нолики. Когда все клетки заполнены, подсчитывается количество  $x$  строк и столбцов, в которых крестиков больше, чем ноликов, и количество  $y$  строк и столбцов, в которых ноликов больше, чем крестиков. Разность  $x - y$  считается выигрышем игрока, который начинает. Найдите наибольший выигрыш, который может гарантировать себе первый игрок.
4. На доске написано число 0. Два игрока по очереди приписывают справа к выражению на доске: первый — знак «+» или «-», второй — одно из натуральных чисел от 1 до 2025. Игроки делают по 2025 ходов, причём второй записывает каждое из чисел от 1 до 2025 ровно по одному разу. В конце игры второй игрок получает выигрыш, равный модулю алгебраической суммы, написанной на доске. Какой наибольший выигрыш он может себе гарантировать?
5. На табличках, лежащих в ряд, сделаны надписи «1», «2», …, «10000», «10001». Двое по очереди убирают из ряда любые девять табличек. Когда в итоге останется две таблички, первый получает количество рублей, равное разности чисел на оставшихся табличках. Какое наибольшее количество денег точно сможет получить первый?
6. На этот раз в ряд лежат таблички «0», «1», «2», …, «1024». Первый забирает любые 512 табличек, второй — 256 табличек и т.д. После того, как в конце второй заберёт одну табличку, останутся две таблички. Первый получает количество рублей, равное разности чисел на оставшихся табличках. Какое наибольшее количество денег точно сможет получить первый?

7. У Бори есть белая доска  $8 \times 8$ . Он хочет закрасить её в чёрный цвет, поэтому каждую минуту закрашивает в чёрный цвет любые четыре белые клетки. Между его действиями приходит Витя и закрашивает полностью в белый цвет какой-нибудь ряд (строку или столбец). Какое наибольшее количество чёрных клеток может оказаться на доске в некоторый момент?
8. На доске написано число 1. Каждым ходом первый игрок называет некоторое неотрицательное число, не превосходящее числа на доске, а второй увеличивает или уменьшает число на доске на назначенное число. Игра продолжается 35 ходов, при этом второй обязан увеличивать число на доске не менее 18 раз. Первый хочет, чтобы в конце на доске было как можно большее число. Какой наибольший результат он может гарантировать?