

## Подразбиение и перекладывание отрезков и углов

- На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены такие точки  $Z$  и  $Y$  соответственно, что  $BZ + CY = BC$ . Докажите, что точки  $Y$  и  $Z$  равноудалены от точки пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ .
- В треугольнике  $ABC$  известны величины углов:  $\angle A = 20^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$ . Докажите, что длина биссектрисы из вершины  $B$  равна разности длин сторон  $AC$  и  $AB$ .
- В треугольнике  $ABC$  отмечена точка  $I$  пересечения биссектрис. Оказалось, что  $CA + AI = BC$ . Найдите отношение  $\angle A : \angle B$ .
- В треугольнике  $ABC$  угол при вершине  $A$  равен  $120^\circ$ . На биссектрисе угла  $BAC$  отмечена такая точка  $D$ , что  $AD = AB + AC$ . Докажите, что треугольник  $BDC$  — равносторонний.
- На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $AK = CL$  и  $\angle ALK + \angle BKL = 60^\circ$ . Докажите, что  $KL = BC$ .
- На сторонах  $BA$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) отмечены точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $BD = BC$  и  $BE = ED$ . Докажите, что  $ED = CE + DA$ .
- В треугольнике  $ABC$  с тупым углом при вершине  $C$  нашлась такая точка  $K$ , что  $\angle CAK = \angle BAK$ ,  $2\angle ABK = \angle CBK$ ,  $BK = BC$ . Докажите, что  $2\angle A + \angle B = \angle C$ .
- На катете  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) отмечена точка  $D$ , а на отрезке  $BD$  — точка  $K$  так, что  $\angle ABC = \angle DAK = \angle DKA$ . Докажите, что  $BK = 2CD$ .