

Выигрышные и проигрышные позиции

1. Два игрока по очереди вычитают из 2025 целые неотрицательные степени двойки. Запрещено получать отрицательный результат. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит?
2. Петя и Вася играют в игру. Изначально на доске написано натуральное число n . За один ход игрок стирает текущее число на доске и записывает меньшее натуральное число, не являющееся делителем стёртого. Игроки ходят поочерёдно, начинает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто, из игроков, в зависимости от n , имеет выигрышную стратегию?
3. На доске написано число 123456, двое по очереди вычитают из написанного числа любую его ненулевую цифру. Выигрывает тот, после чьего хода на доске будет написан ноль. Кто выиграет при правильной игре?
4. Аня и Галя делят два мешка с конфетами. Сначала Галя съедает из любого мешка несколько конфет и перекладывает в другой мешок столько же конфет. Затем тоже самое повторяет Аня и т. д., пока можно брать конфеты по указанному правилу. Проигрывает та, кто не может сделать ход. У кого из девочек есть выигрышная стратегия?
5. На плоскости даны 2025 точек. Двое по очереди соединяют эти точки отрезками, причём один и тот же отрезок нельзя проводить дважды. Проигрывает тот, после хода которого впервые образуется замкнутая ломаная с нечётным числом звеньев. Кто выиграет при правильной игре?
6. В 2015 ячейках изначально записаны числа $1, 2, 4, \dots, 2^{2014}$. За ход игроку разрешается уменьшить на 1 числа в пяти различных ячейках. Получать отрицательные числа запрещено. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре, начинающий или его соперник?

7. Из квадратной доски 1000×1000 клеток удалены четыре прямоугольника 2×994 (см. рис.). На клетке, помеченной кружочком, стоит *кентавр* — фигура, которая за один ход может перемещаться на одну клетку вверх, влево или по диагонали вправо и вверх. Двое игроков ходят кентавром по очереди. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?

