

Игра на выедание

1. У ромашки $n \geq 3$ лепестков. За ход разрешается сорвать и съесть либо один лепесток, либо два растущих рядом (в изначальной ромашке) лепестка. Игрока, который не способен сделать ход, выедают. Кто выживет при правильной игре: начинающий или его соперник?
2. Два игрока в изначально белом прямоугольнике 200×99 по очереди красят квадраты какого-то размера, идущие по линиям сетки, в чёрный цвет. Нельзя красить одну клетку дважды. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. (а) Дан изначально белый квадрат 30×30 . Два игрока поочерёдно закрашивают области внутри квадрата: первый игрок — уголки из трёх клеток, второй — квадратики 2×2 . Нельзя закрашивать клетку дважды. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Начинает первый. Кто выигрывает при правильной игре?
(б) А что если первый игрок должен за ход закрашивать не один, а $k > 1$ уголков из трёх клеток (а второй — по-прежнему один квадратик 2×2)?
4. В каждой клетке доски 10×10 лежит орешек. Чип и Дейл играют в игру, делая ходы по очереди. Начинает Чип. В свой ход Чип выбирает одну или несколько клеток подряд по диагонали, в каждой из которых есть орешек, и съедает орешки в этих клетках. В свой ход Дейл выбирает одну или несколько клеток подряд по вертикали, в каждой из которых есть орешек, и съедает орешки в этих клетках. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого есть выигрышная стратегия?
5. Малыш и Карлсон намерены съесть шоколадку $m \times n$. Они по очереди выедают из неё куски: Малыш — 1×1 , Карлсон — 2×2 . Если Карлсон не в силах сделать ход, то вся оставшаяся шоколадка достаётся Малышу. Начинает Малыш. Кто съест больше шоколада при правильной игре?
6. Имеется $99!$ молекул. Двое по очереди за один ход съедают не меньше одной, но не больше 1% от текущего количества молекул. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
7. Дана доска 2018×2019 . Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его соперник? (Фигура из клеток называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, не покидая фигуры и перемещаясь между соседними по стороне клетками).