

Игра на выедание

1. У ромашки $n \geq 3$ лепестков. За ход разрешается сорвать и съесть либо один лепесток, либо два растущих рядом (в изначальной ромашке) лепестка. Игрока, который не способен сделать ход, выедают. Кто выживет при правильной игре: начинающий или его соперник?
2. Два игрока в изначально белом прямоугольнике 200×99 по очереди красят квадраты какого-то размера, идущие по линиям сетки, в чёрный цвет. Нельзя красить одну клетку дважды. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
3. (а) Дан изначально белый квадрат 30×30 . Два игрока поочерёдно закрашивают области внутри квадрата: первый игрок — уголки из трёх клеток, второй — квадратики 2×2 . Нельзя закрашивать клетку дважды. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Начинает первый. Кто выигрывает при правильной игре?
(б) А что если первый игрок должен за ход закрашивать не один, а $k > 1$ уголков из трёх клеток (а второй — по-прежнему один квадратик 2×2)?
4. В каждой клетке доски 10×10 лежит орешек. Чип и Дейл играют в игру, делая ходы по очереди. Начинает Чип. В свой ход Чип выбирает одну или несколько клеток подряд по диагонали, в каждой из которых есть орешек, и съедает орешки в этих клетках. В свой ход Дейл выбирает одну или несколько клеток подряд по вертикали, в каждой из которых есть орешек, и съедает орешки в этих клетках. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого есть выигрышная стратегия?
5. Малыш и Карлсон намерены съесть шоколадку $m \times n$. Они по очереди выедают из неё куски: Малыш — 1×1 , Карлсон — 2×2 . Если Карлсон не в силах сделать ход, то вся оставшаяся шоколадка достается Малышу. Начинает Малыш. Кто съест больше шоколада при правильной игре?
6. Имеется 99! молекул. Двою по очереди за один ход съедают не меньше одной, но не больше 1% от текущего количества молекул. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
7. Данна доска 2018×2019 . Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигуруку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его соперник? (Фигура из клеток называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, не покидая фигуры и перемещаясь между соседними по стороне клетками).