

Алгоритмы

1. На столе лежат $2n$ внешне одинаковых гирек разных весов. За одну операцию разрешается сравнить веса любых двух гирек. Как за $3n - 2$ операций найти и самую лёгкую, и самую тяжёлую гирию?
2. На кольцевой шнур нанизана связка из 20 колец размеров от 1 до 20. Два соседних кольца можно поменять местами, если их размеры отличаются на 2 или больше (а иначе нельзя). Докажите, что при любом расположении колец с помощью нескольких замен их можно расположить в порядке 1, 2, 3, ..., 20, считая по часовой стрелке от кольца размера 1.
3. Дана клетчатая полоска $1 \times n$. Изначально в каждой клетке полоски лежит по одной печенье. За одну операцию можно выбрать клетку и перенести всю стопку имеющихся там печенек влево или вправо на столько клеток, сколько печенек в стопке. Докажите, что за $n - 1$ операцию можно собрать все печенье в одной клетке.
4. У бабы Капы есть n бочонков с мёдом. Баба Капа может взять два бочонка отлить мёд из одного бочонка в другой так, чтобы уравнивать количество мёда в них. При каких n с помощью таких операций она сможет при любом начальном распределении мёда добиться того, чтобы во всех бочонках стало поровну мёда?
5. Десять одинаковых сосудов полностью заполнены десятью различными жидкостями, каждая жидкость — в своём сосуде; кроме того, имеется ещё один такой же пустой сосуд. Можно ли оставить одинаковые смеси жидкостей в каждом из десяти исходных сосудов, оставив при этом одиннадцатый сосуд пустым? Выливать жидкости не разрешается, из сосуда можно отмерить и отлить в другой сосуд любую часть имеющейся жидкости.
6. Доска 20×20 разрезана на доминошки. За одну операцию разрешается вынуть две доминошки, образующие квадрат 2×2 (если такие есть), и вставить их обратно, повернув на 90° . Докажите, что такими операциями можно избавиться от вертикальных доминошек.
7. Десять новобранцев стоят в ряд. Каждую минуту какие-то двое рядом меняются местами. В какой-то момент оказалось, что каждый новобранец побывал и на первом, и на последнем месте. Какое наименьшее число минут могло пройти?
8. На клетчатой полоске $1 \times n$ на 25 левых полях стоят 25 шашек. Шашка может ходить на соседнюю справа свободную клетку или перепрыгнуть через соседнюю справа шашку на следующую за ней клетку (если эта клетка свободна), движение влево не разрешается. При каком наименьшем n все шашки можно переставить подряд без пробелов в обратном порядке?
9. **Задача для сдачи в хеопсе до 08.11.2025.** Клетки прямоугольной таблицы $m \times n$ покрашены в три цвета: синий, красный, зелёный. За один ход можно выбрать три клетки, образующие уголок, и одновременно перекрасить их следующим образом: синие клетки — в красный, красные — в зелёный, зелёные — в синий. При каких m и n можно сделать таблицу одноцветной независимо от первоначальной раскраски?