

Системы счисления

1. Есть набор из 6 гирь с целыми весами. При каком наибольшем n можно взвесить все целые веса от 1 до n с помощью него, если
 - (а) гири можно класть только на правую чашу весов;
 - (б) гири можно класть на обе части весов?
2. На плацу в одну шеренгу выстроены 2018 солдат. Командир может приказывать либо всем, стоящим на четных местах, либо всем, стоящим на нечетных местах, покинуть строй. После этого приказа оставшиеся в строю солдаты смыкаются в одну шеренгу. Сколькими способами командир может отдать серию из 8 приказов так, чтобы в строю осталось ровно 7 человек?
3. Разрежьте квадрат 31×31 на не более чем 25 прямоугольников так, чтобы из них можно было составить все возможные прямоугольники с целыми сторонами, длины которых не превосходят 31.
4. Приведите пример такого множества целых неотрицательных чисел S , что любое целое неотрицательное число n можно представить единственным образом в виде $n = a + 2b$, где a и b — числа из S (возможно, совпадающие).
5. Учитель загадал десять (а) натуральных; (б) целых чисел $x_1, \dots, x_{10}$. Ученик может выписать любое выражение из переменных $x_1, \dots, x_{10}$, целых чисел, знаков сложения, умножения, деления и скобочек; учитель назовёт значение этого выражения. Как ученику за два вопроса отгадать все десять загаданных чисел?
6. Можно ли выбрать 1000 различных натуральных чисел, меньших 100 000, так, чтобы никакие два различных выбранных числа в сумме не были равны удвоенному третьему выбранному?
7. В три сосуда налито по целому числу литров воды. В любой сосуд разрешается перелить ровно столько воды, сколько в нём уже содержится, из любого другого сосуда. Каждый из сосудов может вместить всю имеющуюся в них воду. Докажите, что можно несколькими переливаниями освободить один из сосудов.
8. Билл и Стив имеют по персональному калькулятору с двумя кнопками каждый. Одна кнопка на персональном калькуляторе Билла при нажатии увеличивает число на экране на 1, другая увеличивает число на экране в 2 раза. Одна кнопка на персональном калькуляторе Стива при нажатии увеличивает число на экране на 1, другая увеличивает число на экране в 4 раза. В начале у обоих на экране было число 0. Задача обоих — получить число $256 < n < 1024$. Оказалось, что для обоих калькуляторов нужно сделать одинаковое минимальное количество нажатий, чтобы получить число n на экране. Сколько таких $256 < n < 1024$?