

Когда работает жадный алгоритм

1. За какое наименьшее число ходов шахматный конь может пройти из левого нижнего угла доски (а) 100×100 ; (б) 200×200 в правый верхний?
2. В посёлке Скучном живут 2000 жителей, каждый житель знаком меньше чем с 40 другими жителями. При каком наибольшем k можно утверждать, что в посёлке точно найдутся k людей, попарно незнакомых друг с другом?
3. В банке работают 2002 сотрудника. Все сотрудники пришли на юбилей, и их рассадили за один круглый стол. Известно, что зарплаты сидящих рядом различаются ровно на 2 или 3 доллара. Какой наибольшей может быть разница двух зарплат сотрудников этого банка, если известно, что все зарплаты сотрудников различны?
4. На каждом из полей верхней и нижней горизонталей доски (а) 8×8 ; (б) 9×9 стоит по фишке: внизу — белые,верху — чёрные. За один ход разрешается передвинуть любую фишку на соседнюю по стороне свободную клетку. За какое наименьшее число ходов можно добиться того, чтобы все чёрные фишки стояли внизу, а белые —верху?
5. На окружности расставлены несколько положительных чисел, меньших 1. Докажите, что окружность можно разделить на три дуги так, чтобы суммы чисел на любых двух дугах отличались меньше чем на 1.
6. На математическом кружке работают 30 преподавателей. На ближайшие 30 занятий составлено расписание, в соответствии с которым на каждое занятие приходят трое (в расписании указано, кто именно). Докажите, что можно уволить 10 преподавателей так, чтобы на каждом запланированном занятии остался хотя бы один неуволенный преподаватель.
7. Дано натуральное число k . Шахматная фигура *суперконь* за ход перемещается на $k + 1$ клетку в одном направлении (по горизонтали или вертикали) и на k клеток — в другом. В частности, при $k = 1$ суперконь — это обычный шахматный конь. Какое наименьшее число ходов нужно сделать суперконю, чтобы из одной клетки бесконечной клетчатой плоскости перейти в соседнюю по стороне?
8. Тройка $\{x, y, z\}$ натуральных чисел с условием $x < y < z$ называется *исторической*, если одно из чисел $(z - y)$ и $(y - x)$ равно 1776, а другое — 2001. Докажите, что множество натуральных чисел можно представить как объединение попарно непересекающихся исторических троек.