

Цифровой разницей

1. На бумажной ленте в одну строчку без пропусков выписали по порядку все числа от 1 до 33. После этого ленту разрезали на части с написанными на них числами, каждое из которых не превышает 2000. Если отрезалось число с первым нулем или нулями, то эти нули отбрасывались. Докажите, что произведение получившихся чисел делится на 32.
2. На доске выписано несколько различных восьмизначных чисел, запись которых состоит только из двоек и троек. Докажите, что все эти числа имеют различные остатки от деления на 256.
3. На доске написано некоторое натуральное число, не делящееся на 5. Каждую секунду оно изменяется: к нему прибавляется его последняя цифра. Докажите, что степени двойки появятся на доске бесконечное число раз.
4. Для натурального числа n обозначим $p(n)$ произведение ненулевых цифр числа n . Найдите

$$p(1) + p(2) + \dots + p(1\,000\,000).$$

5. Некоторое семизначное число, не кратное 5, делится на четырёхзначное число, получаемое из него вычёркиванием трёх средних цифр. Докажите, что хотя бы одна цифра исходного числа — чётная.
6. Существует ли такое натуральное число n , что все его цифры в десятичной записи больше 5, а у числа n^2 все цифры в десятичной записи меньше 5?
7. Для натурального числа x обозначим $S(x)$ его сумму цифр. Найдите все натуральные числа m , для каждого из которых существует такое натуральное число n , что

$$S(n^2 - 2n + 10) = m.$$

-
8. (Одна несчастная письменная задача, которую нужно прислать в Хеопс до 17:00 вторника 30.09.2025, чтобы мы убедились, что вы умеете пользоваться Хеопсом) Какое наименьшее значение может принимать сумма цифр числа, кратного 14?