

Кварто!

Есть такая занимательная настольная игра на доске 4×4 — Кварто. В игре 16 фигур, отличающиеся 4 признаками. Игроки ходят по очереди, ставя по одной фигуре в свободную клетку доски. Задача игроков — первому после своего хода собрать горизонтальный, вертикальный или диагональный ряд из 4 фигур с хотя бы одним общим признаком (мы будем называть четвёрку таких фигур *квартетом*). Это может быть ряд из светлых фигур или из тёмных, из низких или высоких, из фигур с выемкой или фигур без неё, из круглых или квадратных. При этом фигуру, которой будет ходить игрок, выбирает его соперник.



Задачи

1. Сколько всего существует квартетов?
2. Каково наибольшее число фигур, из которых нельзя составить ни один квартет?
3. Сколькими способами можно разбить все 16 фигур на 4 квартета?
4. Все фигуры расставлены на доске. В каком наибольшем числе линий (горизонталей, вертикалей, диагоналей) могут оказаться квартеты?
5. Какое наибольшее количество квартетов можно получить с помощью 10 фигур?
6. (*Альтернативная версия игры*) Пусть игрок, чей сейчас ход, выбирает себе фигуру сам. Приведите стратегию для второго игрока, следуя которой он не может проиграть.
7. В комнате изначально находятся зритель, ассистент фокусника и комплект фигурок для игры «Кварто». Зритель выбирает три произвольные фигурки, после чего ассистент добавляет к ним ещё одну из тринадцати оставшихся и передаёт зрителю. Далее в комнату входит фокусник, и зритель показывает ему какие-то три из четырёх фигурок, которыми он обладает. Цель фокусника — отгадать четвёртую. Как фокуснику и ассистенту договориться, чтобы фокус гарантированно удался?
8. В условиях предыдущей задачи одна из фигурок комплекта потерялась (какая именно — заранее известно всем: фокуснику, ассистенту, зрителю). Могут ли теперь фокусник и ассистент договориться действовать так, чтобы фокусник гарантированно отгадывал спрятанную фигурку?