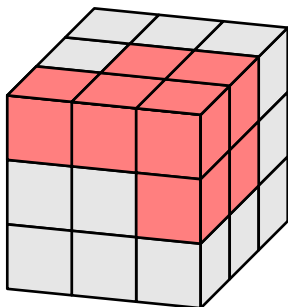


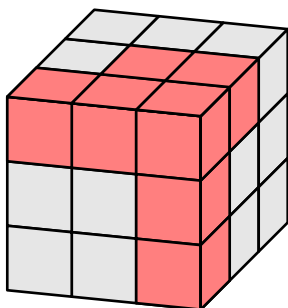
Дистанционный отбор

Задача 1.1. В пять 15-литровых ведер налито соответственно 1, 2, 3, 4 и 5 литров воды. Разрешается выбрать два ведра и перелить из первого во второе столько воды, чтобы количество воды во втором ведре утроилось. Какое наибольшее количество литров воды можно такими действиями собрать в одном ведре?

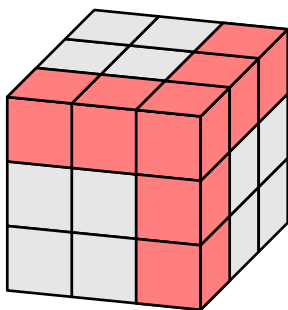
Задача 2.1. В деревянном кубе $3 \times 3 \times 3$ термиты выгрызли семь кубиков $1 \times 1 \times 1$ (те, что отмечены на рисунке), а остальные кубики не тронули. Сколько клеточек 1×1 будет на поверхности оставшейся трёхмерной клетчатой фигуры?



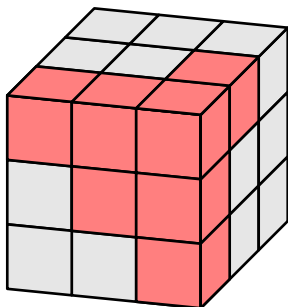
Задача 2.2. В деревянном кубе $3 \times 3 \times 3$ термиты выгрызли семь кубиков $1 \times 1 \times 1$ (те, что отмечены на рисунке), а остальные кубики не тронули. Сколько клеточек 1×1 будет на поверхности оставшейся трёхмерной клетчатой фигуры?



Задача 2.3. В деревянном кубе $3 \times 3 \times 3$ термиты выгрызли семь кубиков $1 \times 1 \times 1$ (те, что отмечены на рисунке), а остальные кубики не тронули. Сколько клеточек 1×1 будет на поверхности оставшейся трёхмерной клетчатой фигуры?



Задача 2.4. В деревянном кубе $3 \times 3 \times 3$ термиты выгрызли семь кубиков $1 \times 1 \times 1$ (те, что отмечены на рисунке), а остальные кубики не тронули. Сколько клеточек 1×1 будет на поверхности оставшейся трёхмерной клетчатой фигуры?



Задача 3.1. На прямой сидят три точечные блохи. Изначальные попарные расстояния между ними равны 5, 12, 17. Каждую минуту одна из блох перепрыгивает через другую блоху центрально-симметрично (т. е. точка начала прыжка и точка приземления находятся одном расстоянии от блохи, через которую прыгают). Через какое наименьшее число минут попарные расстояния между блохами могут оказаться равными 8, 11, 19 (в некотором порядке)?

Задача 3.2. На прямой сидят три точечные блохи. Изначальные попарные расстояния между ними равны 7, 12, 19. Каждую минуту одна из блох перепрыгивает через другую блоху центрально-симметрично (т. е. точка начала прыжка и точка приземления находятся одном расстоянии от блохи, через которую прыгают). Через какое наименьшее число минут попарные расстояния между блохами могут оказаться равными 3, 11, 14 (в некотором порядке)?

Задача 3.3. На прямой сидят три точечные блохи. Изначальные попарные расстояния между ними равны 7, 10, 17. Каждую минуту одна из блох перепрыгивает через другую блоху центрально-симметрично (т. е. точка начала прыжка и

точка приземления находятся одном расстоянии от блохи, через которую прыгают). Через какое наименьшее число минут попарные расстояния между блохами могут оказаться равными 5, 6, 11 (в некотором порядке)?

Задача 3.4. На прямой сидят три точечные блохи. Изначальные попарные расстояния между ними равны 3, 10, 13. Каждую минуту одна из блох перепрыгивает через другую блоху центрально-симметрично (т. е. точка начала прыжка и точка приземления находятся одном расстоянии от блохи, через которую прыгают). Через какое наименьшее число минут попарные расстояния между блохами могут оказаться равными 5, 9, 14 (в некотором порядке)?

Задача 4.1. Петя выписал в ряд в порядке возрастания все натуральные числа, сумма цифр которых делится на 7:

7, 16, 25, 34, 43, 52, 59, 61, 68, ...

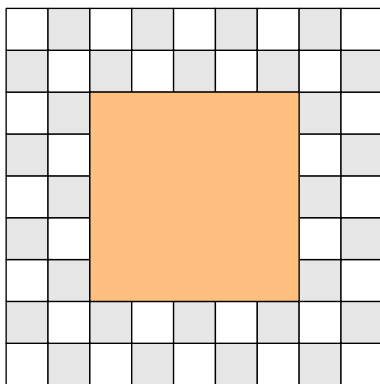
Чему равна наибольшая разность между соседними выписанными числами?

Задача 4.2. Петя выписал в ряд в порядке возрастания все натуральные числа, сумма цифр которых делится на 8:

8, 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 79, ...

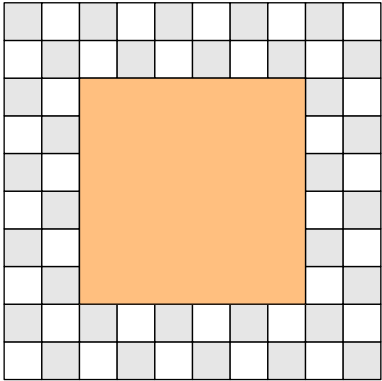
Чему равна наибольшая разность между соседними выписанными числами?

Задача 5.1. Центр клетчатой доски, изображённой на рисунке, заполнен лавой. Хромая ладья за один ход может переместиться на одну клетку вправо либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться хромой ладьёй из левого-нижнего угла в правый-верхний, не заходя в лаву?

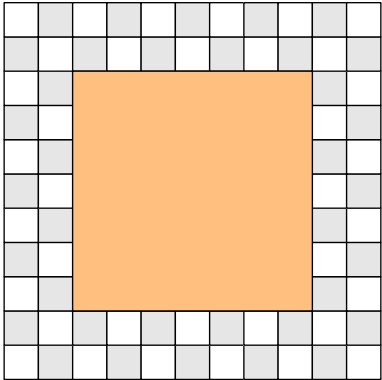


Задача 5.2. Центр клетчатой доски, изображённой на рисунке, заполнен лавой. Хромая ладья за один ход может переместиться на одну клетку вправо либо

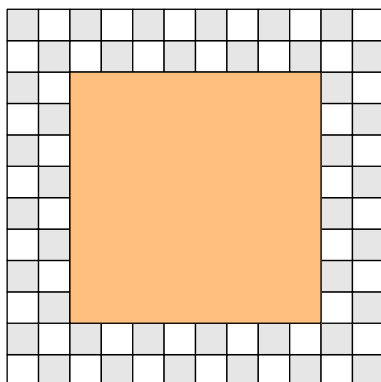
на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться хромой ладьёй из левого-нижнего угла в правый-верхний, не заползая в лаву?



Задача 5.3. Центр клетчатой доски, изображённой на рисунке, заполнен лавой. Хромая ладья за один ход может переместиться на одну клетку вправо либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться хромой ладьёй из левого-нижнего угла в правый-верхний, не заползая в лаву?



Задача 5.4. Центр клетчатой доски, изображённой на рисунке, заполнен лавой. Хромая ладья за один ход может переместиться на одну клетку вправо либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться хромой ладьёй из левого-нижнего угла в правый-верхний, не заползая в лаву?



Задача 6.1. Алла, Борис, Вера и Гена пришли в пиццерию и заказали 4 разные пиццы (каждый — свою). Официант запомнил три факта:

- Алла заказала то ли мясную, то ли куриную.
- Борис заказал то ли мясную, то ли гавайскую.
- Сырную пиццу заказала то ли Алла, то ли Вера.

Когда официант подавал пиццы к столу, выяснилось, что ровно один из фактов неверен. Ребята указали официанту, какой именно факт неверен, и официант смог однозначно восстановить, кто какую пиццу заказал. Кто какую пиццу заказал?

Задача 6.2. Алла, Борис, Вера и Гена пришли в пиццерию и заказали 4 разные пиццы (каждый — свою). Официант запомнил три факта:

- Алла заказала то ли сырную, то ли мясную.
- Борис заказал то ли сырную, то ли куриную.
- Гавайскую пиццу заказала то ли Алла, то ли Вера.

Когда официант подавал пиццы к столу, выяснилось, что ровно один из фактов неверен. Ребята указали официанту, какой именно факт неверен, и официант смог однозначно восстановить, кто какую пиццу заказал. Кто какую пиццу заказал?

Задача 6.3. Алла, Борис, Вера и Гена пришли в пиццерию и заказали 4 разные пиццы (каждый — свою). Официант запомнил три факта:

- Алла заказала то ли гавайскую, то ли сырную.
- Борис заказал то ли гавайскую, то ли мясную.
- Куриную пиццу заказала то ли Алла, то ли Вера.

Когда официант подавал пиццы к столу, выяснилось, что ровно один из фактов неверен. Ребята указали официанту, какой именно факт неверен, и официант смог однозначно восстановить, кто какую пиццу заказал. Кто какую пиццу заказал?

Задача 6.4. Алла, Борис, Вера и Гена пришли в пиццерию и заказали 4 разные пиццы (каждый — свою). Официант запомнил три факта:

- Алла заказала то ли куриную, то ли гавайскую.
- Борис заказал то ли куриную, то ли сырную.
- Мясную пиццу заказала то ли Алла, то ли Вера.

Когда официант подавал пиццы к столу, выяснилось, что ровно один из фактов неверен. Ребята указали официанту, какой именно факт неверен, и официант смог однозначно восстановить, кто какую пиццу заказал. Кто какую пиццу заказал?

Задача 7.1. На кольцевом катке (в форме окружности) из одной точки одновременно в противоположных направлениях стартуют Дед Мороз и Снегурочка. Они двигаются с постоянными скоростями; Снегурочка проезжает каток за 35 секунд, а Дед Мороз — в 2.5 раза быстрее. Когда Снегурочка приближается к Деду Морозу, она радуется, а когда отдаляется от него — печалится и заливает слезами лёд (Снегурочка оценивает расстояние как длину отрезка между ними). Сколько секунд пройдёт от начала движения до момента, когда Снегурочка зальёт слезами весь каток?

Задача 7.2. На кольцевом катке (в форме окружности) из одной точки одновременно в противоположных направлениях стартуют Дед Мороз и Снегурочка. Они двигаются с постоянными скоростями; Снегурочка проезжает каток за 42 секунды, а Дед Мороз — в 2.5 раза быстрее. Когда Снегурочка приближается к Деду Морозу, она радуется, а когда отдаляется от него — печалится и заливает слезами лёд (Снегурочка оценивает расстояние как длину отрезка между ними). Сколько секунд пройдёт от начала движения до момента, когда Снегурочка зальёт слезами весь каток?

Задача 7.3. На кольцевом катке (в форме окружности) из одной точки одновременно в противоположных направлениях стартуют Дед Мороз и Снегурочка. Они двигаются с постоянными скоростями; Снегурочка проезжает каток за 49 секунд, а Дед Мороз — в 2.5 раза быстрее. Когда Снегурочка приближается к Деду Морозу, она радуется, а когда отдаляется от него — печалится и заливает слезами лёд (Снегурочка оценивает расстояние как длину отрезка между ними). Сколько секунд пройдёт от начала движения до момента, когда Снегурочка зальёт слезами весь каток?

Задача 7.4. На кольцевом катке (в форме окружности) из одной точки одновременно в противоположных направлениях стартуют Дед Мороз и Снегурочка. Они двигаются с постоянными скоростями; Снегурочка проезжает каток за 28 секунд, а Дед Мороз — в 2.5 раза быстрее. Когда Снегурочка приближается к Деду Морозу, она радуется, а когда отдаляется от него — печалится и заливает слезами лёд (Снегурочка оценивает расстояние как длину отрезка между ними). Сколько секунд пройдёт от начала движения до момента, когда Снегурочка зальёт слезами весь каток?

Задача 8.1. Какое наименьшее количество прямоугольников 1×3 (либо 3×1) нужно вырезать по клеточкам из доски 10×9 так, чтобы в любом клетчатом квадрате 2×2 хотя бы одна клеточка оказалась вырезанной?

Задача 8.2. Какое наименьшее количество прямоугольников 1×3 (либо 3×1) нужно вырезать по клеточкам из доски 12×9 так, чтобы в любом клетчатом квадрате 2×2 хотя бы одна клеточка оказалась вырезанной?

Задача 8.3. Какое наименьшее количество прямоугольников 1×3 (либо 3×1) нужно вырезать по клеточкам из доски 14×9 так, чтобы в любом клетчатом квадрате 2×2 хотя бы одна клеточка оказалась вырезанной?

Задача 9.1. Найдите наименьшее натуральное число, не кратное двум, среди делителей которого есть такие четыре, ни один из которых не делится на наибольший общий делитель трёх других.

Задача 9.2. Найдите наименьшее натуральное число, не кратное трём, среди делителей которого есть такие четыре, ни один из которых не делится на наибольший общий делитель трёх других.

Задача 9.3. Найдите наименьшее натуральное число, не кратное пяти, среди делителей которого есть такие четыре, ни один из которых не делится на наибольший общий делитель трёх других.

Задача 9.4. Найдите наименьшее натуральное число, не кратное семи, среди делителей которого есть такие четыре, ни один из которых не делится на наибольший общий делитель трёх других.

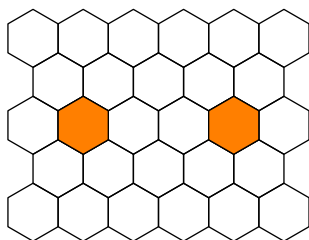
Задача 10.1. Несколько (больше двух) шариков двух цветов — красного и синего — расположены по кругу. Каждый ход все шарики, оба соседа которых того же цвета, что и сам шарик, одновременно меняют свой цвет. Известно, что перекрашивания продолжались ровно 30 ходов, после чего прекратились (иными словами, в каждый из первых 30 ходов хотя бы один шарик менял свой цвет, а на 31-ый ход ни один из шариков не перекрасился). Какое наименьшее количество шариков могло быть в круге?

Задача 10.2. Несколько (больше двух) шариков двух цветов — красного и синего — расположены по кругу. Каждый ход все шарики, оба соседа которых того же цвета, что и сам шарик, одновременно меняют свой цвет. Известно, что перекрашивания продолжались ровно 35 ходов, после чего прекратились (иными словами, в каждый из первых 35 ходов хотя бы один шарик менял свой цвет, а на 36-ой ход ни один из шариков не перекрасился). Какое наименьшее количество шариков могло быть в круге?

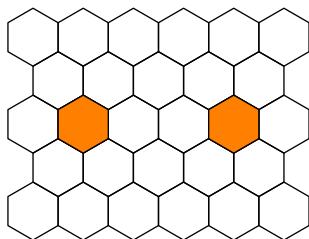
Задача 10.3. Несколько (больше двух) шариков двух цветов — красного и синего — расположены по кругу. Каждый ход все шарики, оба соседа которых того же цвета, что и сам шарик, одновременно меняют свой цвет. Известно, что перекрашивания продолжались ровно 40 ходов, после чего прекратились (иными словами, в каждый из первых 40 ходов хотя бы один шарик менял свой цвет, а на 41-ый ход ни один из шариков не перекрасился). Какое наименьшее количество шариков могло быть в круге?

Задача 10.4. Несколько (больше двух) шариков двух цветов — красного и синего — расположены по кругу. Каждый ход все шарики, оба соседа которых того же цвета, что и сам шарик, одновременно меняют свой цвет. Известно, что перекрашивания продолжались ровно 45 ходов, после чего прекратились (иными словами, в каждый из первых 45 ходов хотя бы один шарик менял свой цвет, а на 46-ой ход ни один из шариков не перекрасился). Какое наименьшее количество шариков могло быть в круге?

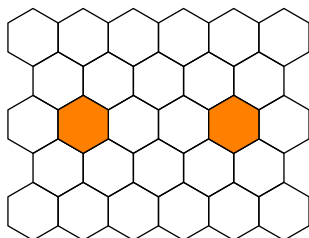
Задача 11.1. В бесконечной шестиугольной решётке изначально два шестиугольника заполнены мёдом (те, что показаны на рисунке). Каждую минуту прилетают пчёлки и одновременно заполняют мёдом те незаполненные шестиугольники, которые граничат по стороне с хотя бы одним уже заполненным. Сколько шестиугольников окажутся заполненными через 10 минут?



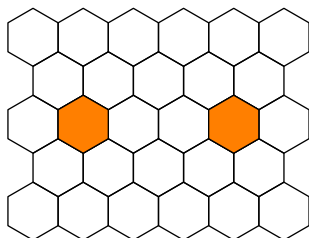
Задача 11.2. В бесконечной шестиугольной решётке изначально два шестиугольника заполнены мёдом (те, что показаны на рисунке). Каждую минуту прилетают пчёлки и одновременно заполняют мёдом те незаполненные шестиугольники, которые граничат по стороне с хотя бы одним уже заполненным. Сколько шестиугольников окажутся заполненными через 11 минут?



Задача 11.3. В бесконечной шестиугольной решётке изначально два шестиугольника заполнены мёдом (те, что показаны на рисунке). Каждую минуту прилетают пчёлки и одновременно заполняют мёдом те незаполненные шестиугольники, которые граничат по стороне с хотя бы одним уже заполненным. Сколько шестиугольников окажется заполненными через 12 минут?



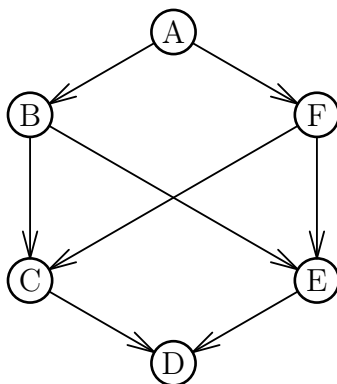
Задача 11.4. В бесконечной шестиугольной решётке изначально два шестиугольника заполнены мёдом (те, что показаны на рисунке). Каждую минуту прилетают пчёлки и одновременно заполняют мёдом те незаполненные шестиугольники, которые граничат по стороне с хотя бы одним уже заполненным. Сколько шестиугольников окажется заполненными через 13 минут?



Задача 12.1. Перед вами транспортная схема. На схеме есть восемь стрелок, и у каждой стрелки есть своя цена перемещения (у разных стрелок — разные цены). Эти цены в некотором порядке равны

10, 25, 50, 100, 250, 500, 1000, 2000.

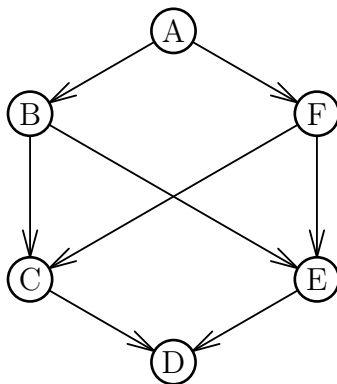
Определите наименьшее значение x такое, что при любой расстановке цен по стрелкам будет существовать путь из пункта A в пункт D по стрелкам с суммой цен не более x .



Задача 12.2. Перед вами транспортная схема. На схеме есть восемь стрелок, и у каждой стрелки есть своя цена перемещения (у разных стрелок — разные цены). Эти цены в некотором порядке равны

10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000.

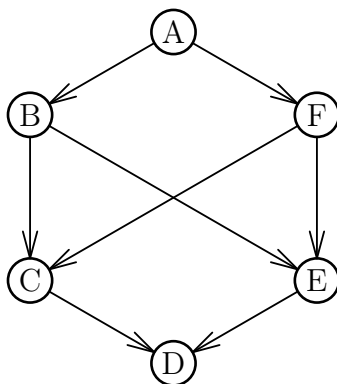
Определите наименьшее значение x такое, что при любой расстановке цен по стрелкам будет существовать путь из пункта A в пункт D по стрелкам с суммой цен не более x .



Задача 12.3. Перед вами транспортная схема. На схеме есть восемь стрелок, и у каждой стрелки есть своя цена перемещения (у разных стрелок — разные цены). Эти цены в некотором порядке равны

10, 20, 40, 80, 200, 400, 800, 2000.

Определите наименьшее значение x такое, что при любой расстановке цен по стрелкам будет существовать путь из пункта A в пункт D по стрелкам с суммой цен не более x .



Задача 12.4. Перед вами транспортная схема. На схеме есть восемь стрелок, и у каждой стрелки есть своя цена перемещения (у разных стрелок — разные цены). Эти цены в некотором порядке равны

10, 20, 40, 100, 200, 400, 800, 2000.

Определите наименьшее значение x такое, что при любой расстановке цен по стрелкам будет существовать путь из пункта A в пункт D по стрелкам с суммой цен не более x .

