

## Мы не будем это решать.

1. В виртуальной реальности все — не то, что кажется. Вот герой оказался на морском дне, и кто может его спасти? Перед глазами — лишь уравнение:

$$1 - \ln x = -\ln(4 - pn).$$

С помощью «честных» математических действий преобразуйте уравнение в слово — и оно спасет героя!

2. На листе бумаги нарисован график функции  $y = \sin x$ . Лист свернут в цилиндрическую трубочку так, что все точки, абсциссы которых отличаются на  $2\pi$ , совмещены. Докажите, что все точки графика синусоиды при этом лежат в одной плоскости.
3. В декартовой системе координат (с одинаковым масштабом по осям  $x$  и  $y$ ) нарисовали график показательной функции  $y = 3^x$ . Затем ось  $y$  и все отметки на оси  $x$  стёрли. Остались лишь график функции и ось  $x$  без масштаба и отметки 0. Каким образом с помощью циркуля и линейки можно восстановить ось  $y$ ?
4. Даны правильные дроби  $\frac{a}{p}$  и  $\frac{b}{p}$ , где  $p$  — простое. Докажите, что если 10 первообразный корень по модулю  $p$ , то периоды этих дробей отличаются циклическим сдвигом.
5. Несократимые дроби  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$  записали в виде чисто периодических десятичных дробей. Оказалось, что любая конечная последовательность подряд стоящих цифр, встречающаяся в первой десятичной дроби после запятой, встречается и во второй (тоже подряд и тоже после запятой). Докажите, что  $b = d$ .
6. Число  $x$  представлено как чисто периодическая десятичная дробь с наименьшим периодом длины  $A$ . То же число  $x$ , записанная как двоичная дробь, имеет наименьший период длины  $B$ , а как пятеричная — длины  $C$ . Докажите, что

$$(\text{НОК}[A, B, C])^2 \cdot \text{НОД}(A, B, C) = ABC.$$

7. Имеются абсолютно точные двухчашечные весы и набор из 50 гирь, веса которых равны

$$\arctg 1, \arctg \frac{1}{2}, \arctg \frac{1}{3}, \dots, \arctg \frac{1}{50}.$$

Докажите, что можно выбрать 10 из них и разложить по 5 гирь на разные чаши весов так, чтобы установилось равновесие.