

Комба

1. Докажите, что из множества 108 различных трёхзначных чисел можно выбрать четыре попарно непересекающихся подмножества, суммы чисел в которых равны.
2. Фигуру площади 1, вырезанную из бумаги, разделили на десять областей и покрасили их в десять различных цветов. Затем фигуру перевернули и на обратной стороне разделили её на десять областей каким-то другим способом. Докажите, что новые области можно покрасить в десять различных цветов так, чтобы сумма площадей кусков, раскрашенных с обеих сторон одинаковым цветом, была не меньше 0.1.
3. В дереве 100 висячих вершин. Докажите, что можно добавить в дерево 50 рёбер так, чтобы при удалении любого ребра из получившегося графа он оставался связным.
4. Дан граф, степень каждой вершины которого равна 3. Известно, что число правильных раскрасок рёбер в 3 цвета не делится на 4. Докажите, что в графе существует гамильтонов цикл.
5. Квадрат разрезали на конечное число прямоугольников. Обязательно ли найдется отрезок, соединяющий центры (точки пересечения диагоналей) двух прямоугольников, не имеющий общих точек ни с какими другими прямоугольниками, кроме этих двух?
6. На плоскости взято конечное число красных и синих прямых, среди которых нет параллельных, так, что через каждую точку пересечения одноцветных прямых проходит прямая другого цвета. Докажите, что все прямые проходят через одну точку.