

Разной по комбинаторике

1. На плоскости отмечены 30 различных точек. Каждая пара точек соединена нитью (отрезком). Могло ли так случиться, что все нити можно разрезать семью прямыми, не проходящими через отмеченные точки?
2. На каждой из 50 карточек написано одно натуральное число от 1 до 25, причём каждое число встречается ровно на двух карточках. За круглым столом сидят 25 человек, и изначально у каждого из них по две карточки. Раз в минуту каждый передаёт соседу слева ту карточку, на которой написано меньшее число. Докажите, что в некоторый момент у кого-то окажутся карточки с равными числами.
3. Назовем натуральное число *горным*, если в его десятичной записи ни одна цифра не использована дважды и каждая цифра, за исключением первой и последней, больше хотя бы одной из соседних с ней цифр. Сколько всего горных чисел?
4. Можно ли расставить по кругу 2026 гирь так, чтобы не все гири были одинакового веса и чтобы для любых трёх подряд идущих гирь одна вес одной из них был равен среднему арифметическому весов гирь в тройке?
5. Есть 60 прозрачных мешочков с золотыми монетами. В первом мешочке лежит 1 монета, во втором — 2 монеты, ..., в 60-ом — 60 монет. Аладдин за один ход может выбрать пару мешочков и вытащить по одной монете из выбранной пары мешочков. Есть ограничение: нельзя выбирать пару мешочков, уже выбранную на одном из предыдущих ходов. Какое наименьшее число монет Аладдин может такими ходами оставить в мешочках?
6. Каждая деталь конструктора «Юный паяльщик» — это скобка в виде буквы «П» состоящая из трех единичных отрезков. Можно ли из деталей этого конструктора спаять полный проволоочный каркас куба $2 \times 2 \times 2$, разбитого на кубики $1 \times 1 \times 1$? (Каркас состоит из 27 точек, соединенных единичными отрезками; любые две соседние точки должны быть соединены ровно одним проволоочным отрезком.)
7. В таблице 15×15 изначально записаны нули. За один ход разрешается выбрать любой ее столбец или любую строку, стереть записанные там числа и записать туда все числа от 1 до 15 в произвольном порядке — по одному в каждую клетку. Какую максимальную сумму чисел в матрице можно получить такими ходами?
8. На свадьбе собрались 90 гостей, каждый из которых знаком с не менее чем 30 другими гостями. Докажите, что всех гостей можно рассадить за 3 стола по 30 человек так, чтобы каждый гость был знаком хотя бы с одним другим гостем, сидящим за его столом.