

Разнобой по комбинаторике

- На плоскости отмечены 30 различных точек. Каждая пара точек соединена нитью (отрезком). Могло ли так случиться, что все нити можно разрезать семью прямыми, не проходящими через отмеченные точки?
- На каждой из 50 карточек написано одно натуральное число от 1 до 25, причём каждое число встречается ровно на двух карточках. За круглым столом сидят 25 человек, и изначально у каждого из них по две карточки. Раз в минуту каждый передаёт соседу слева ту карточку, на которой написано меньшее число. Докажите, что в некоторый момент у кого-то окажутся карточки с равными числами.
- Назовем натуральное число *горным*, если в его десятичной записи ни одна цифра не использована дважды и каждая цифра, за исключением первой и последней, больше хотя бы одной из соседних с ней цифр. Сколько всего горных чисел?
- Можно ли расставить по кругу 2026 гирь так, чтобы не все гири были одинакового веса и чтобы для любых трёх подряд идущих гирь одна вес одной из них был равен среднему арифметическому весов гирь в тройке?
- Есть 60 прозрачных мешочеков с золотыми монетами. В первом мешочеке лежит 1 монета, во втором — 2 монеты, ..., в 60-ом — 60 монет. Алладдин за один ход может выбрать пару мешочеков и вытащить по одной монете из выбранной пары мешочеков. Есть ограничение: нельзя выбирать пару мешочеков, уже выбранную на одном из предыдущих ходов. Какое наименьшее число монет Алладдин может такими ходами оставить в мешочеках?
- Каждая деталь конструктора «Юный паяльщик» — это скобка в виде буквы «П» состоящая из трех единичных отрезков. Можно ли из деталей этого конструктора спаять полный проволочный каркас куба $2 \times 2 \times 2$, разбитого на кубики $1 \times 1 \times 1$? (Каркас состоит из 27 точек, соединенных единичными отрезками; любые две соседние точки должны быть соединены ровно одним проволочным отрезком.)
- В таблице 15×15 изначально записаны нули. За один ход разрешается выбрать любой ее столбец или любую строку, стереть записанные там числа и записать туда все числа от 1 до 15 в произвольном порядке — по одному в каждую клетку. Какую максимальную сумму чисел в матрице можно получить такими ходами?
- На свадьбе собрались 90 гостей, каждый из которых знаком с не менее чем 30 другими гостями. Докажите, что всех гостей можно рассадить за 3 стола по 30 человек так, чтобы каждый гость был знаком хотя бы с одним другим гостем, сидящим за его столом.