Игры и стратегии.

1. На столе лежит несколько кучек спичек. Играют двое, ходят по очереди. Первым ходом можно взять от 0 до 3 спичек из одной кучки, далее можно брать от 1 до 3 спичек из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Докажите, что у первого есть выигрышная стратегия независимо от расположения спичек.

2. Двое по очереди разламывают шоколадку 6×10. За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из имеющихся кусков вдоль углубления. Выигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1. Кто выиграет при правильной игре?

3. Круг разделен на 200 равных секторов, в каждом лежит по банану. Панда и Вомбат играют в игру. Ходят по очереди, начинает Панда. За один ход Панда может съесть любые два банана, расположенные в противоположных секторах. Вомбат может съесть два банана, расположенных в соседних секторах. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из зверей выиграет при правильной игре?

4. Двое играют на треугольной доске (правильный треугольник со стороной n, разбитый на правильные треугольники со стороной 1), закрашивая по очереди на ней треугольные клеточки. Одна клетка (начальная) уже закрашена перед началом игры. Первым ходом закрашивается клеточка, граничащая (по стороне) с начальной, а каждым следующим ходом — клетка, граничащая с только что закрашенной. Повторно клетки красить нельзя. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. При каких начальных клетках у первого игрока есть выигрышная стратегия?

5. Имеется кучка из 100 камней. Двое играют в следующую игру. Первый игрок забирает 1 камень, потом второй может забрать 1 или 2 камня, потом первый может забрать 1, 2 или 3 камня, затем второй 1, 2, 3 или 4 камня, и так далее. Выигрывает тот, кто забирает последний камень. Кто может выиграть, как бы ни играл соперник?

6. Есть 17 куч из монет, в первой одна, во второй две, и т.д. Играют Петя и Вася, Петя начинает. Ход такой: человек, у которого монет больше (если поровну, то ходивший в прошлый раз) выбирает еще не выбранную кучу. Его соперник решает, кому она достанется из них двоих. Далее следующий ход. Выигрывает тот, у кого в конце больше монет. Кто?

7. Двое игроков играют в карточную игру. У них есть колода из n попарно различных карт. Про любые две карты из колоды известно, какая из них бьёт другую (при этом, если A бьёт B, а B бьёт C, то может оказаться, что C бьёт A). Колода распределена между игроками произвольным образом. На каждом ходу игроки открывают по верхней карте из своих колод, и тот, чья карта бьёт карту другого игрока, берёт обе карты и кладёт их в самый низ своей колоды в произвольном порядке по своему усмотрению. Докажите, что при любой исходной раздаче игроки могут, зная расположение карт, договориться и действовать так, чтобы один из игроков остался без карт.