

Алгоритмы и процессы

1. В вершинах единичного квадрата сидят три кузнечика. Они могут передвигаться так: кузнечик перепрыгивает через любого из двух остальных, перелетая его на расстояние, на которое он до него прыгал. Могут ли через какое-то время кузнечики оказаться в вершинах квадрата со стороной **а) 2? б) 3**
2. По кругу стоят 111 башен, в которых сидят 200 рыцарей, 100 из которых – чёрные, а остальные – белые. В конце каждого часа каждый черный рыцарь перемещается в соседнюю башню по часовой стрелке, а каждый белый рыцарь перемещается в соседнюю башню против часовой стрелки. Докажите, что найдется час, в течение которого хотя бы одна башня будет без рыцарей.
3. Натуральное число кратно 4. Все его делители выписали в строку в порядке возрастания. Докажите, что в этой строке найдется пара соседей с разностью 2.
4. Фокусник и ассистент показывают фокус. Ассистент даёт в распоряжение зрителя шахматную доску. Зритель может перекрасить некоторые клетки и называет ассистенту одну из клеток. После чего ассистент перекрашивает ещё одну клетку. Затем входит фокусник. Он видит только текущее состояние доски. И должен назвать клетку, которую загадал зритель. Придумайте алгоритм, позволяющий ассистенту и фокуснику осуществить задуманное.
5. Дано натуральное число, большее 2025. Разрешается представить его в виде суммы нескольких неединичных натуральных слагаемых и заменить на их произведение. Докажите, что за одну такую операцию можно получить факториал какого-нибудь натурального числа.
6. Преподаватель выставил оценки по шкале от 0 до 100. В учебной части могут менять верхнюю границу шкалы на любое другое натуральное число, пересчитывая оценки пропорционально и округляя до целых. Нецелое число при округлении меняется до ближайшего целого; если дробная часть равна 0,5, направление округления учебная часть может выбирать любое, отдельно для каждой оценки. Студенты Петя и Вася получили оценки a и b , отличные от 0 и 100. Докажите, что учебная часть может сделать несколько пересчётов так, чтобы у Пети стала оценка b , а у Васи – оценка a (пересчитываются одновременно обе оценки).
7. В одной из вершин n -угольника лежит одна монета, в остальных ничего не лежит. За один ход можно убрать монету из одной из вершин и добавить 6 монет в соседнюю с ней вершину. Можно ли добиться того, чтобы во всех вершинах было поровну монет?