

## Однодневный разнобой 2.

1. За круглым столом сидят 10 человек. Каждый из них задумал некоторое число и сообщил это число своим соседям по столу (одному соседу слева и одному справа). После этого каждый сидящий за столом назвал вслух среднее арифметическое двух чисел, которые ему сообщили его соседи. В порядке обхода вокруг стола были названы числа  $1, 2, \dots, 10$ . Какое число задумал человек, назвавший число 6?
2. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . Точка  $M$  лежит на стороне  $AB$ , точка  $N$  — на продолжении стороны  $AC$  за точку  $A$ . Известно, что  $BM = AN$  и  $\angle NMC = 90^\circ$ . Найдите угол  $MCN$ .
3. На съезде собрались 2025 кондитеров, каждый привёз мешок конфет своего сорта. В процессе общения кондитеры угощали друг друга конфетами. Известно, что для любой пары кондитеров если первый кондитер попробовал конфеты второго, то и второй попробовал конфеты первого. Когда все конфеты были съедены, оказалось, что среди любых четырёх кондитеров найдётся тот, кто попробовал конфеты троих оставшихся. Будем говорить, что кондитер не любит сладкое, если он попробовал конфеты не всех сортов. Какое наибольшее количество кондитеров могли не любить сладкое? (Свой сорт каждый кондитер, конечно же, попробовал).
4. Пусть  $a, b$  — натуральные числа такие, что  $a!b!$  делится на  $a! + b!$ . Докажите, что  $3a \geq 2b + 2$ .
5. Два игрока играют в следующую игру. Изначально на доске записаны числа  $2, 4, 6, \dots, 2024$ . За один ход можно уменьшить на один любое из написанных чисел. При этом если получившееся число равно нулю или равно какому-то из остальных чисел на доске, то получившееся число тут же стирается. Проигрывает игрок, после хода которого на доске не останется чисел. Кто выигрывает при правильной игре?
6. Дан остроугольный разносторонний треугольник  $ABC$ . Биссектриса угла  $\angle BAC$  и серединные перпендикуляры к сторонам  $AB, AC$  ограничивают некоторый треугольник. Докажите, что ортоцентр этого треугольника лежит на медиане треугольника  $ABC$ , проведенной из вершины  $A$ .